

# Введение в фотограмметрию

## 3D модель из карт глубины (TV-L1)

### Фотограмметрия. Лекция 18

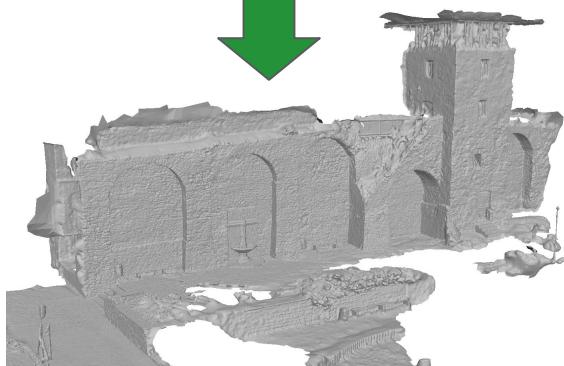
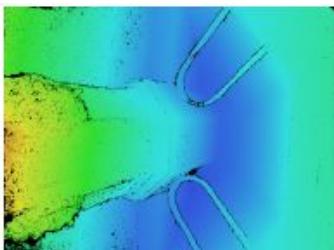
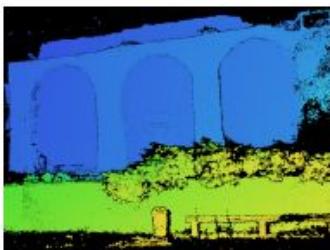
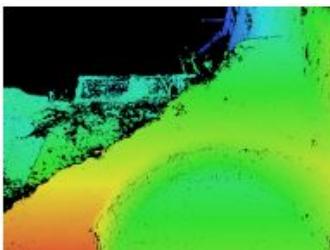
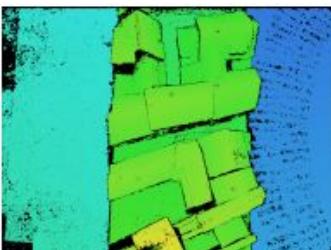
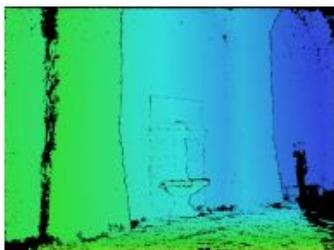


- Удаление шума из картинок (ROF)
- Primal-Dual оптимизация TV-L2, TV-L1
- Super-resolution для видео
- 2.5D DEM / DSM из карт глубины
- Маршировка кубов
- 3D модель из карт глубины

Полярный Николай

[polarnick239@gmail.com](mailto:polarnick239@gmail.com)

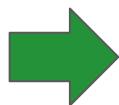
# Входные данные: карты глубины



# Удаление шума с картинки

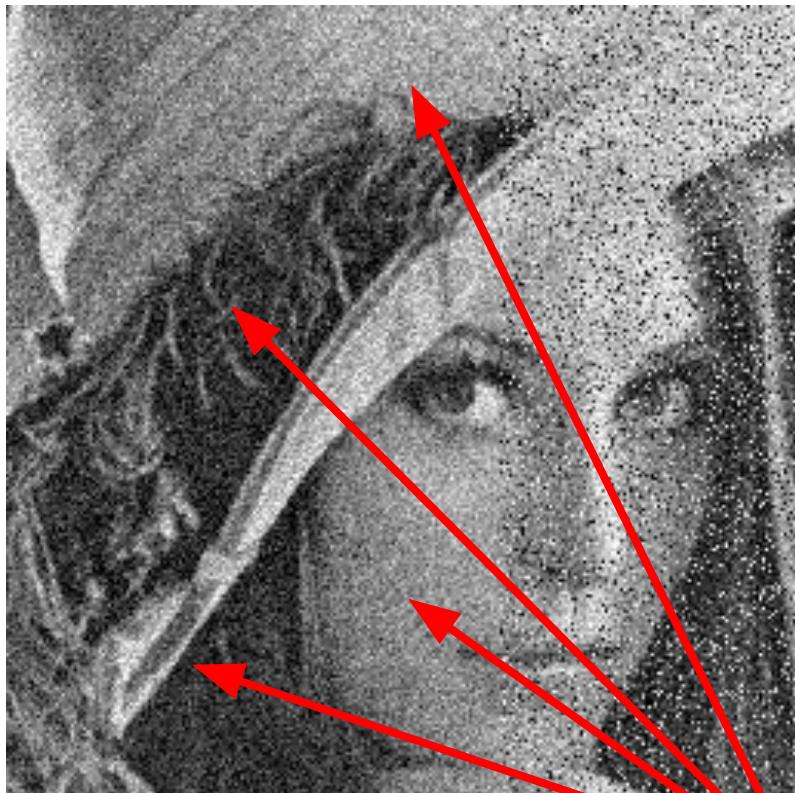


Шумная картинка



Эталон

# Удаление шума с картинки



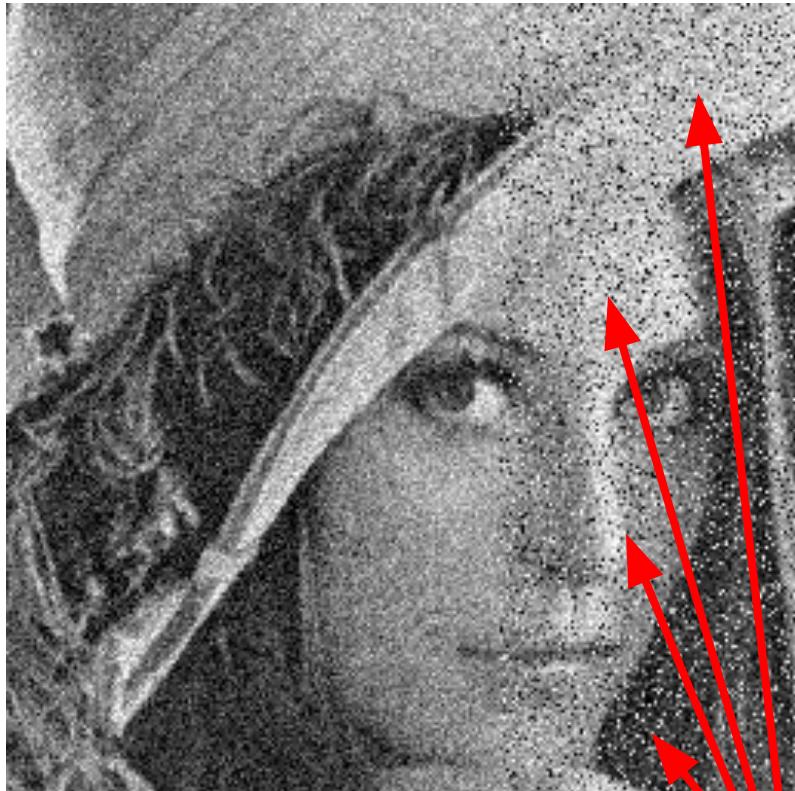
Шумная картинка

Гауссов шум



Эталон

# Удаление шума с картинки



Шумная картинка

Соль & перец  
(выбросы)



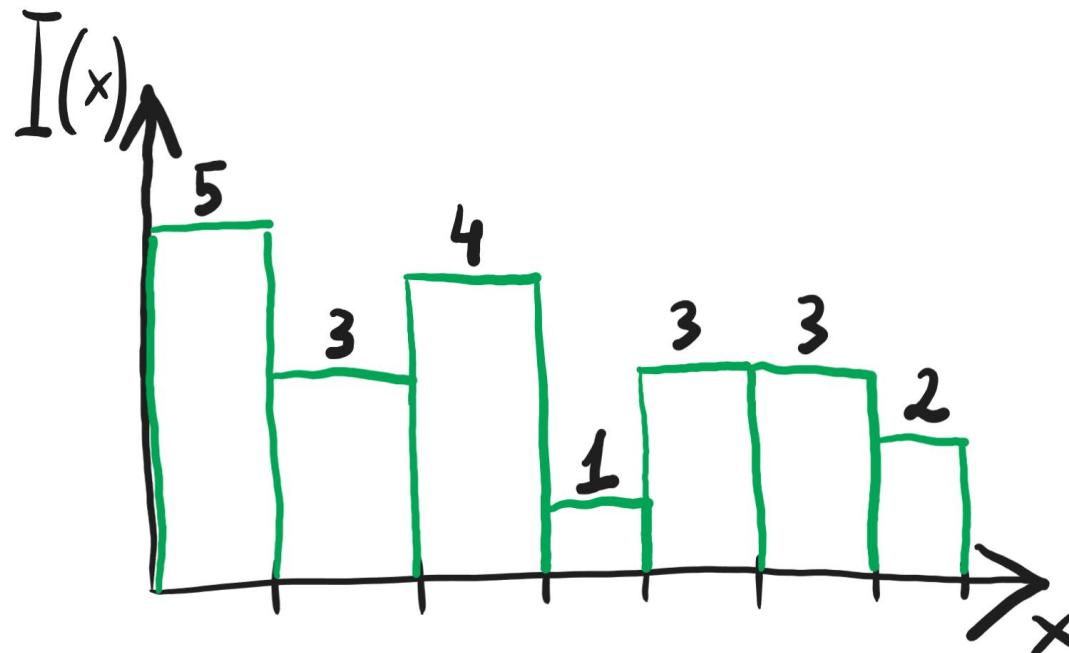
Эталон

# Удаление шума с картинки

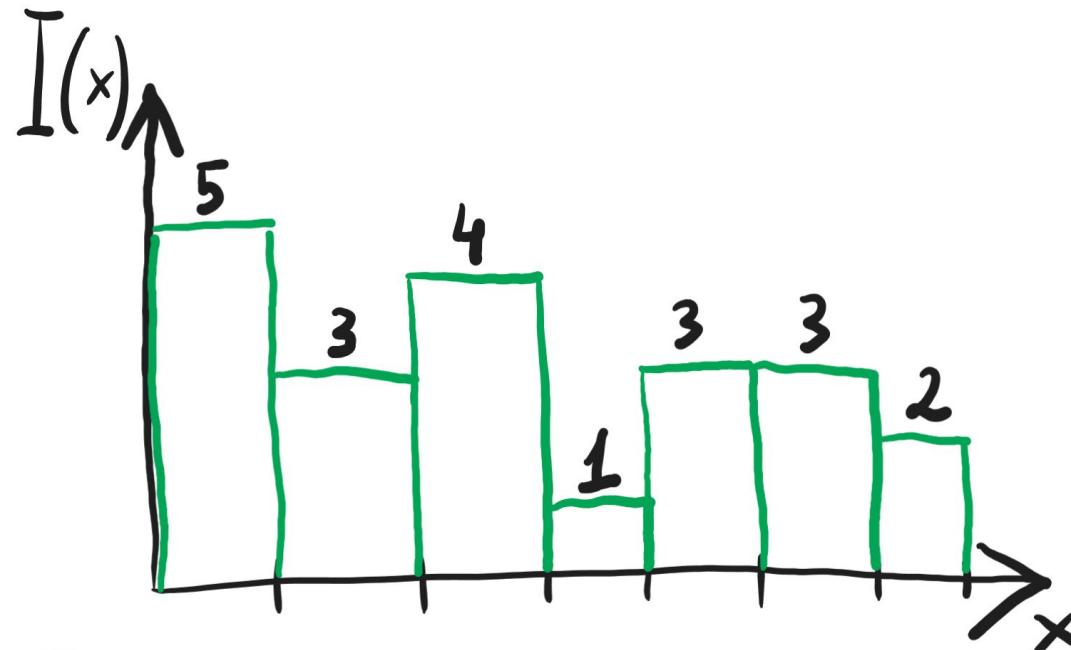


**За счет чего можно удалить шум и выбросы?**

# Полная вариация, Total Variation (TV)

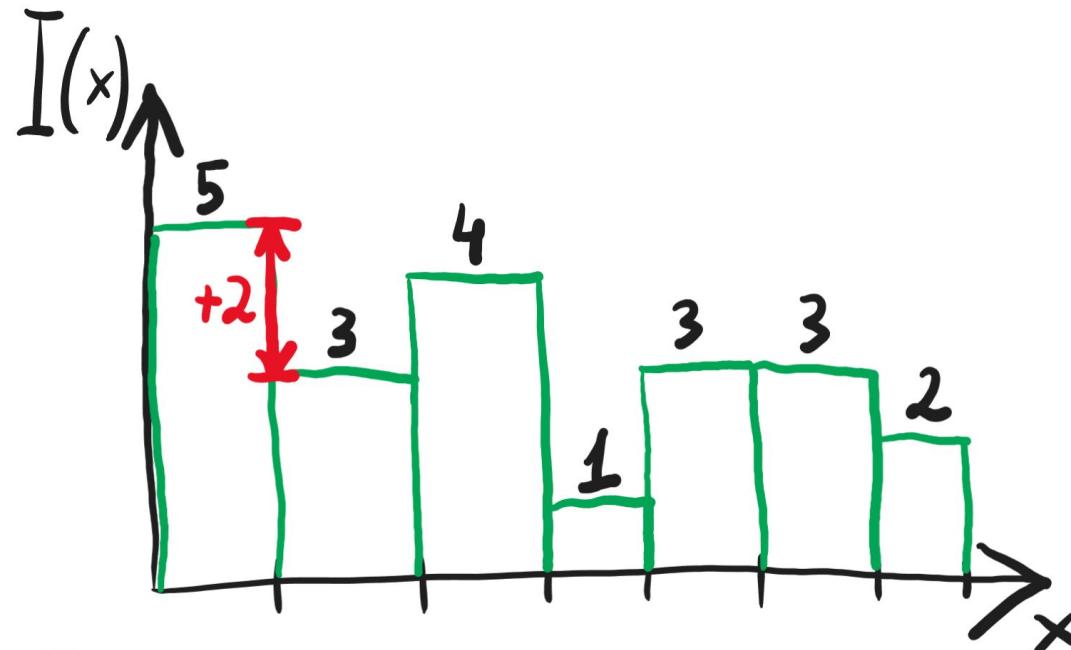


# Полная вариация, Total Variation (TV)



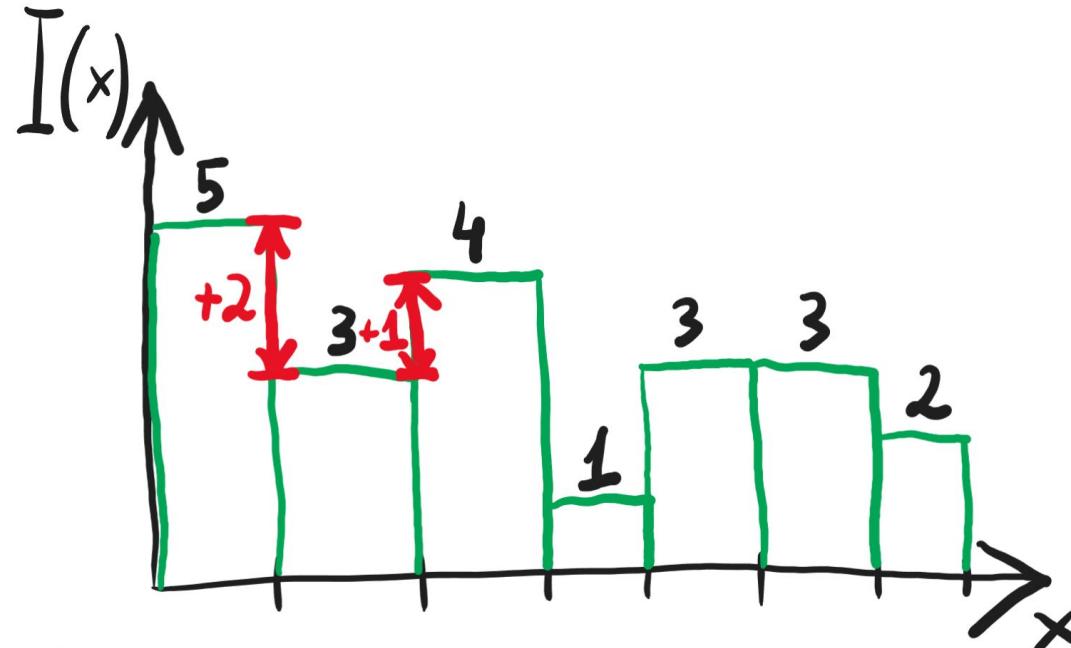
$$TV =$$

# Полная вариация, Total Variation (TV)



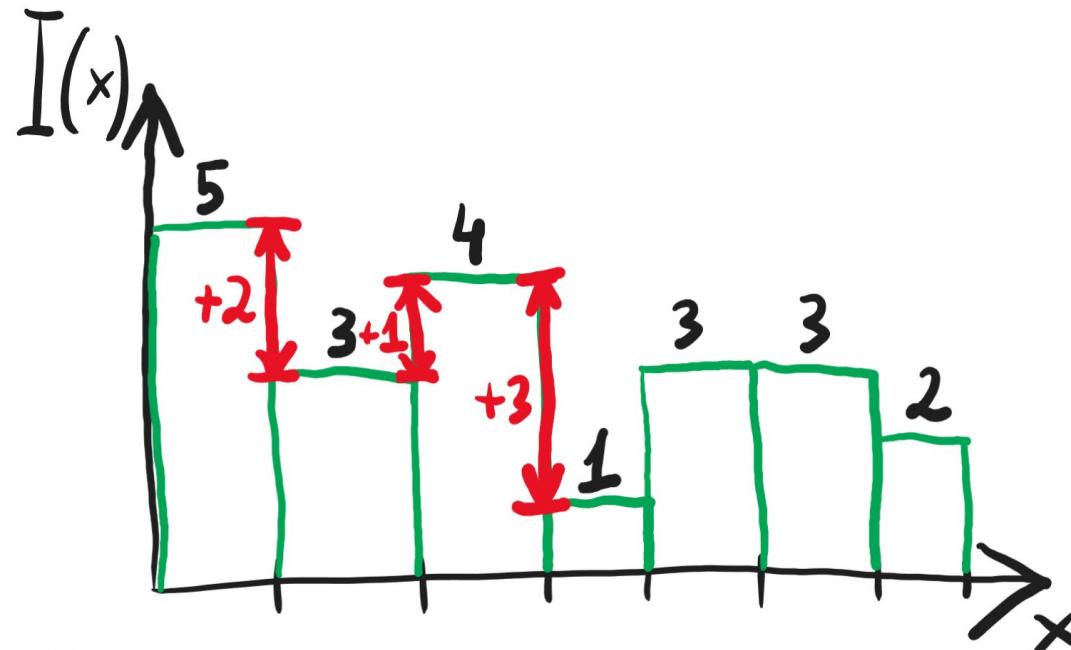
$$TV = 2$$

# Полная вариация, Total Variation (TV)



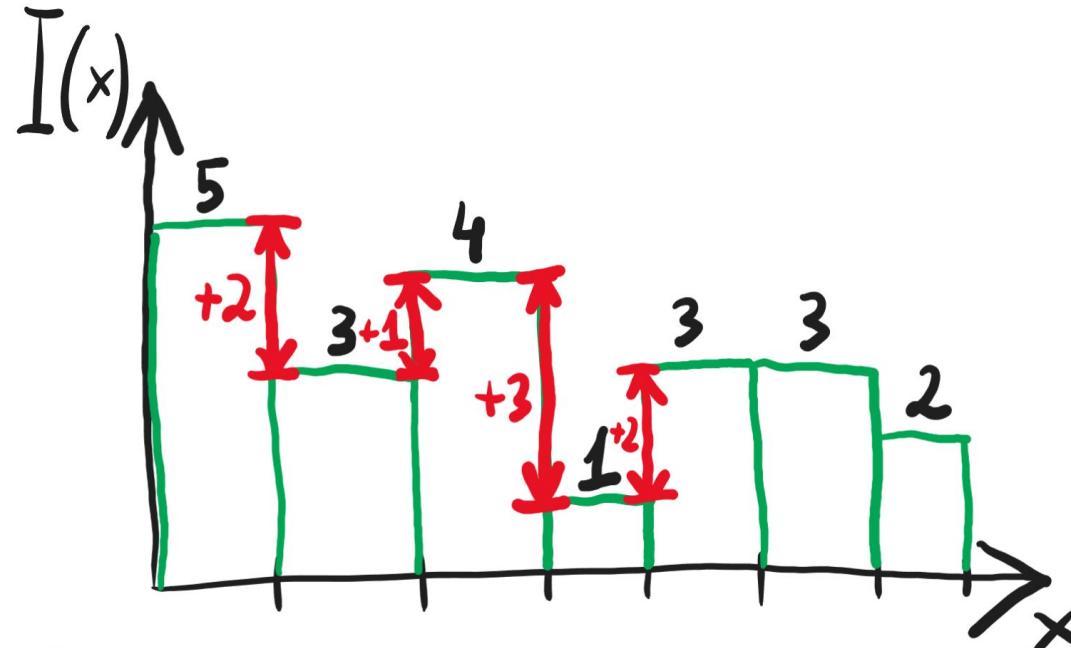
$$TV = 2 + 1$$

# Полная вариация, Total Variation (TV)



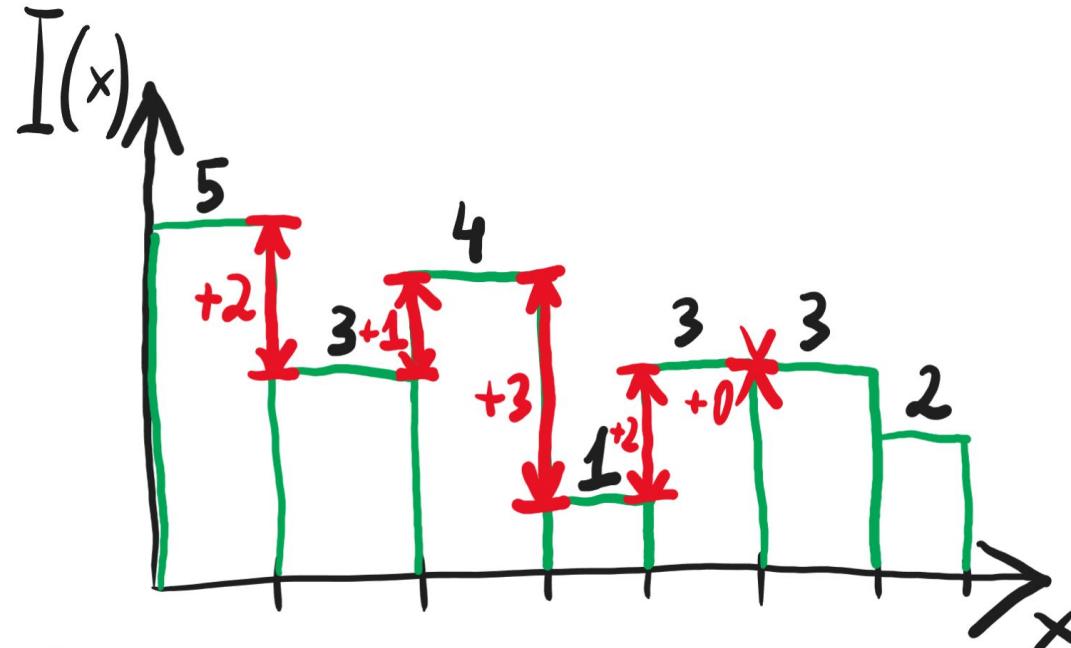
$$TV = 2 + 1 + 3$$

# Полная вариация, Total Variation (TV)



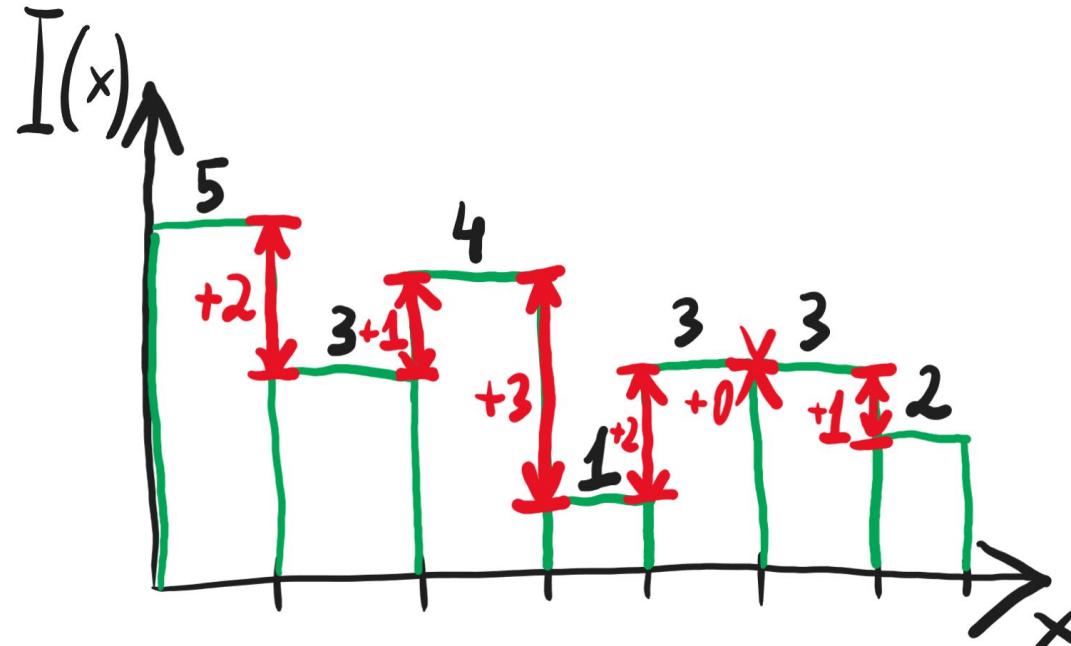
$$TV = 2 + 1 + 3 + 2$$

# Полная вариация, Total Variation (TV)



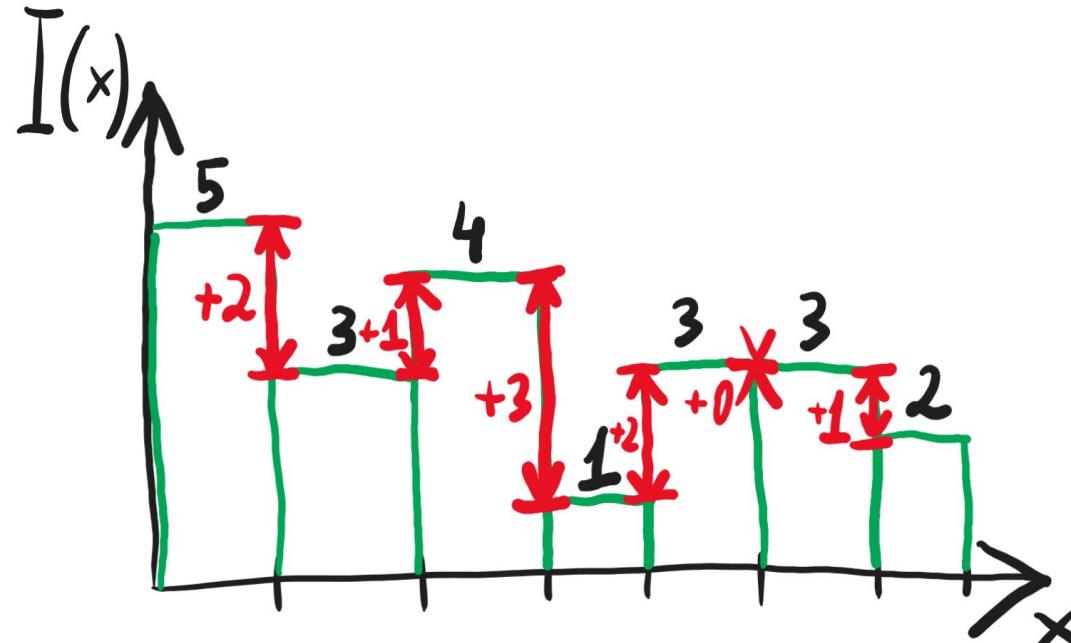
$$TV = 2 + 1 + 3 + 2 + 0$$

# Полная вариация, Total Variation (TV)



$$TV = 2 + 1 + 3 + 2 + 0 + 1$$

# Полная вариация, Total Variation (TV)



$$TV = 2 + 1 + 3 + 2 + 0 + 1 = 9$$

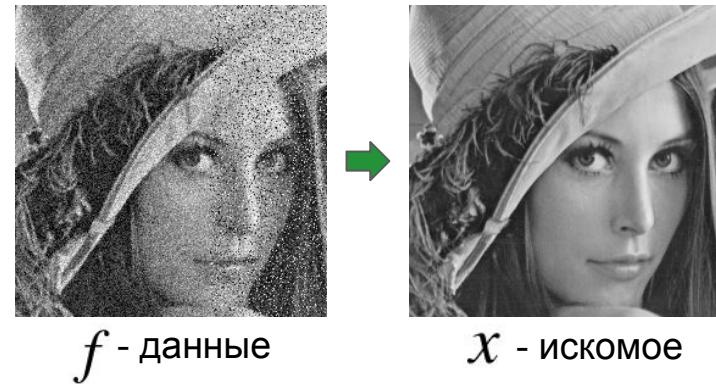
# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_x \|\nabla x\| + \frac{\lambda}{2} \|x - f\|^2$$

Где:

- $\|x - f\|^2$  -  $L^2$  тяготение к данным (наблюдаемому  $f$ )

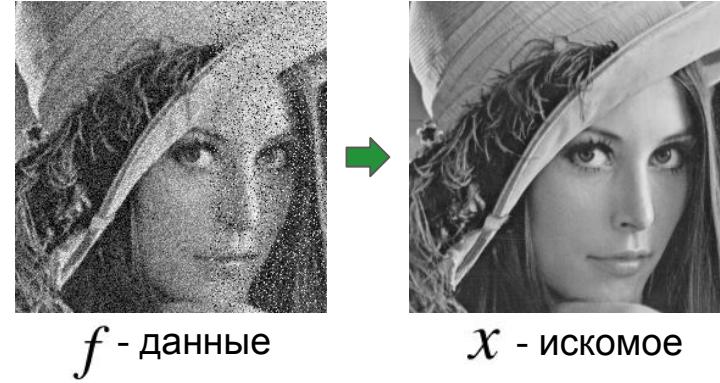


# TV-L2 Image Denoising (ROF)

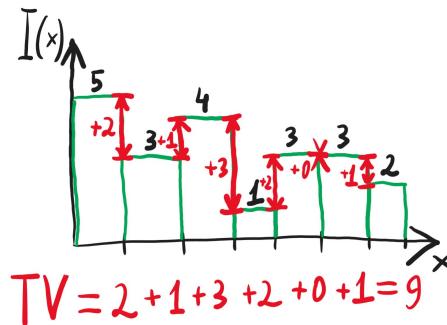
Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_x \|\nabla x\| + \frac{\lambda}{2} \|x - f\|^2$$

Где:



- $\|x - f\|^2$  -  $L^2$  тяготение к данным (наблюдаемому  $f$ )
- $\|\nabla x\|$  - полная вариация (регуляризация)



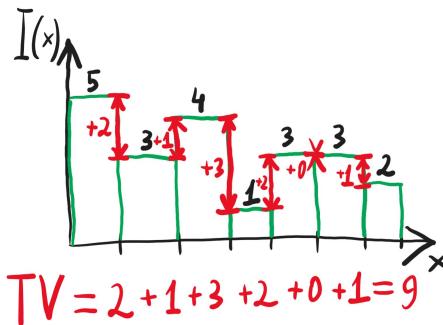
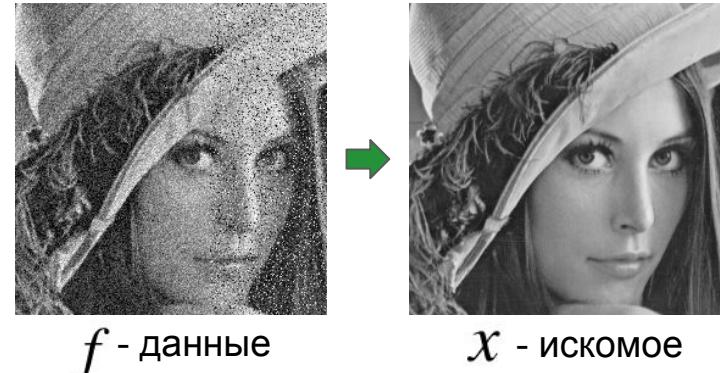
# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_x \|\nabla x\| + \frac{\lambda}{2} \|x - f\|^2$$

Где:

- $\|x - f\|^2$  -  $L^2$  тяготение к данным (наблюдаемому  $f$ )
- $\|\nabla x\|$  - полная вариация (регуляризация)



Что будет если убрать второе слагаемое?

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_x \|\nabla x\| + \frac{\lambda}{2} \|x - f\|^2$$

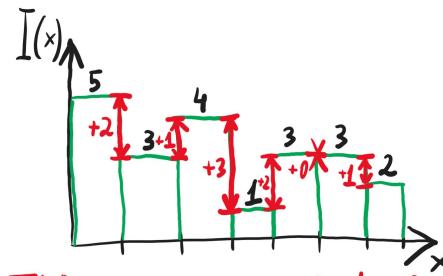
Где:

- $\|x - f\|^2$  -  $L^2$  тяготение к данным (наблюдаемому  $f$ )
- $\|\nabla x\|$  - полная вариация (регуляризация)

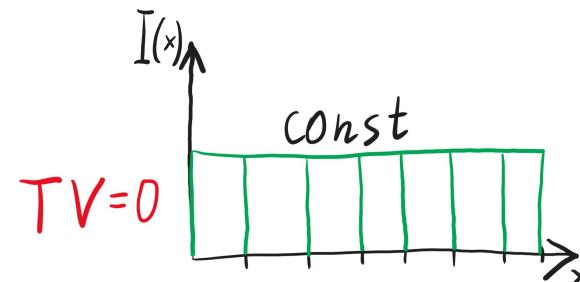


$f$  - данные

$x$  - искомое



Что будет если убрать второе слагаемое?

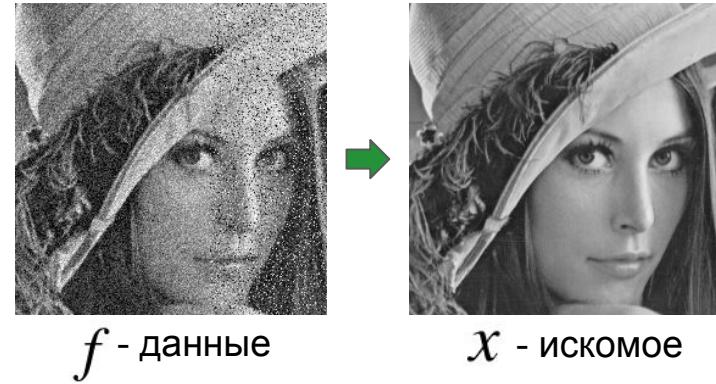


# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_x \|\nabla x\| + \frac{\lambda}{2} \|x - f\|^2$$

Где:



- $\|x - f\|^2$  -  $L^2$  тяготение к данным (наблюдаемому  $f$ )
- $\|\nabla x\|$  - полная вариация (регуляризация)

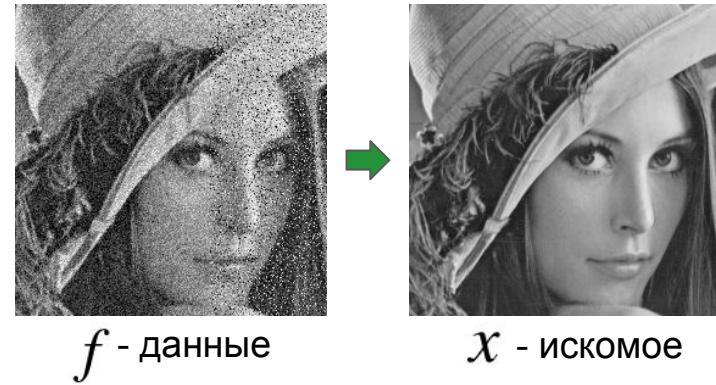
Что такое  $\lambda$ ? Как ее выбрать?

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_x \|\nabla x\| + \frac{\lambda}{2} \|x - f\|^2$$

Где:



- $\|x - f\|^2$  -  $L^2$  тяготение к данным (наблюдаемому  $f$ )
- $\|\nabla x\|$  - полная вариация (регуляризация)
- $\lambda$  - параметр регуляризации (вес данных)

**TV-L2 = Total Variation +  $L^2$  невязка по данным**

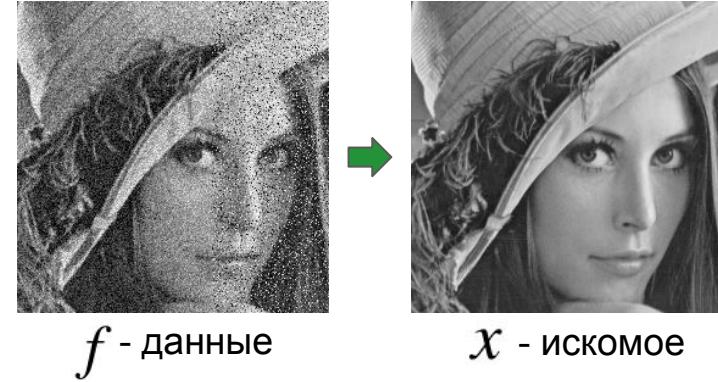
**Справится ли минимизация такого функционала/энергии с шумами?**

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Rudin-Osher-Fatemi model (ROF):

$$\min_x \|\nabla x\| + \frac{\lambda}{2} \|x - f\|^2$$

Где:



- $\|x - f\|^2$  -  $L^2$  тяготение к данным (наблюдаемому  $f$ )
- $\|\nabla x\|$  - полная вариация (регуляризация)
- $\lambda$  - параметр регуляризации (вес данных)

**TV-L2 = Total Variation +  $L^2$  невязка по данным**

**Справится ли минимизация такого функционала/энергии с шумами?  
А с выбросами?**

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

Где:  $F, G$ - выпуклые функции,  $K$ - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K \boxed{x_n}) & (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \mathbf{project}_P(p) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1} \boxed{x_n} - \tau K^T p_{n+1} & (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \boxed{x_{n+1}} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - \boxed{x_n}) & \mathbf{project}_P(p) = \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{cases}$$

Итеративная численная схема

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal

Dual

алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

Где:  $F, G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n)$$

$$(I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \mathbf{project}_P(p)$$

$$\hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1})$$

$$(I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau}$$

$$x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n)$$

$$\mathbf{project}_P(p) = \frac{p}{\max(\|p\|, 1)}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

Где:  $F$   $G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{array} \right. \quad \begin{array}{ll} (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) & = \mathbf{project}_P(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) & = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \mathbf{project}_P(p) & = \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{array}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

Где:  $F$   $G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) &= \mathbf{project}_P(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) &= \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \mathbf{project}_P(p) &= \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{aligned}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

Где:  $F$   $G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) &= \mathbf{project}_P(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) &= \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \mathbf{project}_P(p) &= \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{aligned}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

Где:  $F$   $G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) &= \mathbf{project}_P(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) &= \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \mathbf{project}_P(p) &= \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{aligned}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

Где:  $F$   $G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) &= \mathbf{project}_P(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) &= \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \mathbf{project}_P(p) &= \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{aligned}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

Каждый пиксель зависит только от себя и соседей

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

Где:  $F$   $G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) \end{array} \right.$$

$$\begin{array}{ll} (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) & = \mathbf{project}_P(p) \\ (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) & = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ \mathbf{project}_P(p) & = \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{array}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

Каждый пиксель зависит только от себя и соседей

Как ускорить сходимость?

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

Где:  $F$   $G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n)$$

$$\hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1})$$

$$x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n)$$

$$(I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \mathbf{project}_P(p)$$

$$(I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau}$$

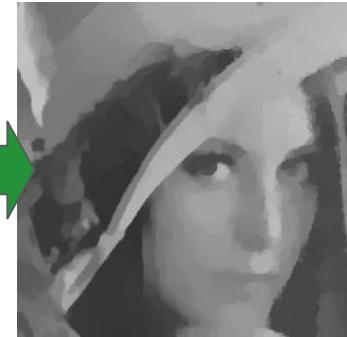
$$\mathbf{project}_P(p) = \frac{p}{\max(\|p\|, 1)}$$

На каждой итерации - два шага (Primal-Dual)

Каждый пиксель зависит только от себя и соседей

Как ускорить сходимость? GPU + Coarse-to-Fine!

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)



# TV-L2 Image Denoising (ROF)

$$\min_x \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$



$$\lambda = 4$$



$$\lambda = 8$$

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

$$\min_x \| \nabla x \| + \frac{\lambda}{2} \| x - f \|^2$$



$$\lambda = 8$$



$$\lambda = 4$$

# TV-L1 Image Denoising

$$\min_x \| \nabla x \| + \lambda \| x - f \|$$

Как изменится результат?

## TV-L1 Image Denoising

$$\min_x \| \nabla x \| + \lambda \| x - f \|$$

Более устойчивы к выбросам - не идем им на поводу.

# TV-L1 Image Denoising

$$\min_x \| \nabla x \| + \lambda \| x - f \|$$



$$\lambda = 1$$



$$\lambda = 1$$

# TV-L1 Image Denoising

$$\min_x \| \nabla x \| + \lambda \sum_i \| x - f_i \|$$



5 очень шумных наблюдений:



Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L1 Image Denoising

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

nevayzka po dannym

Где:  $F, G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) & (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \mathbf{project}_P(p) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) & (I + \tau \partial G_{TV-L1})^{-1}(x) = \mathbf{shrink}(x, f, \lambda \tau) \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) & \mathbf{project}_P(p) = \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{cases}$$
$$\mathbf{shrink}(x, f, \lambda \sigma) = \begin{cases} x - \lambda \sigma & x > f + \lambda \sigma \\ x + \lambda \sigma & x < f - \lambda \sigma \\ f & |x - f| \leq \lambda \sigma \end{cases}$$
$$K x_n = \nabla x_n$$
$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# TV-L2 Image Denoising (ROF)

Primal-Dual алгоритм минимизации в общем виде решает:

$$\min_x F(Kx) + G(x)$$

nevayzka po dannym

Где:  $F, G$  - выпуклые функции,  $K$  - линейный оператор.

Тогда итеративная схема (модель - выпуклая):

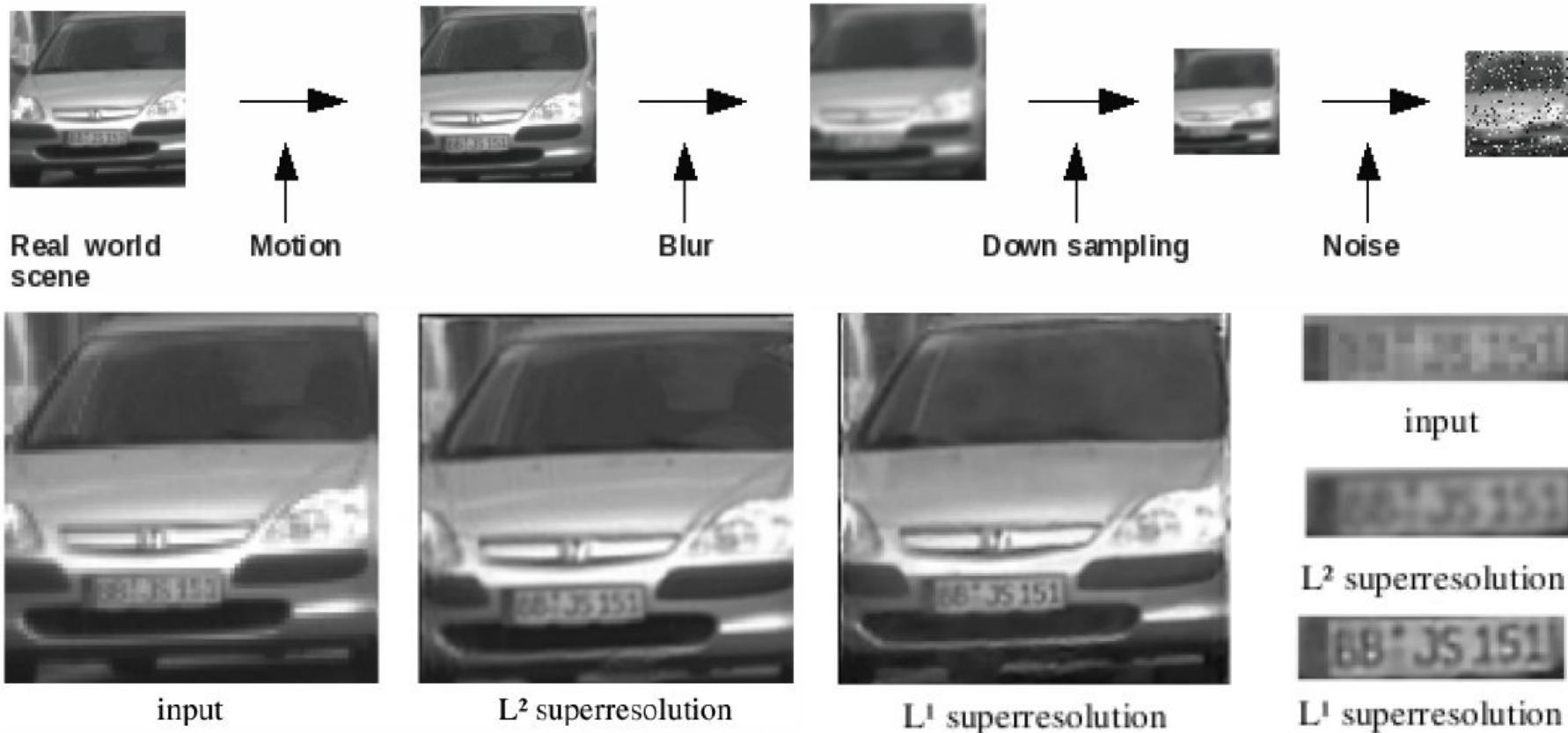
$$\begin{cases} p_{n+1} = (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p_n + \sigma K x_n) & (I + \sigma \partial F^*)^{-1}(p) = \mathbf{project}_P(p) \\ \hat{x}_{n+1} = (I + \tau \partial G)^{-1}(x_n - \tau K^T p_{n+1}) & (I + \tau \partial G_{ROF})^{-1}(x) = \frac{x + \lambda \tau f}{1 + \lambda \tau} \\ x_{n+1} = \hat{x}_{n+1} + \theta(\hat{x}_{n+1} - x_n) & \mathbf{project}_P(p) = \frac{p}{\max(\|p\|, 1)} \end{cases}$$

$$K x_n = \nabla x_n$$

$$K^T p_{n+1} = \nabla^T p_{n+1}$$

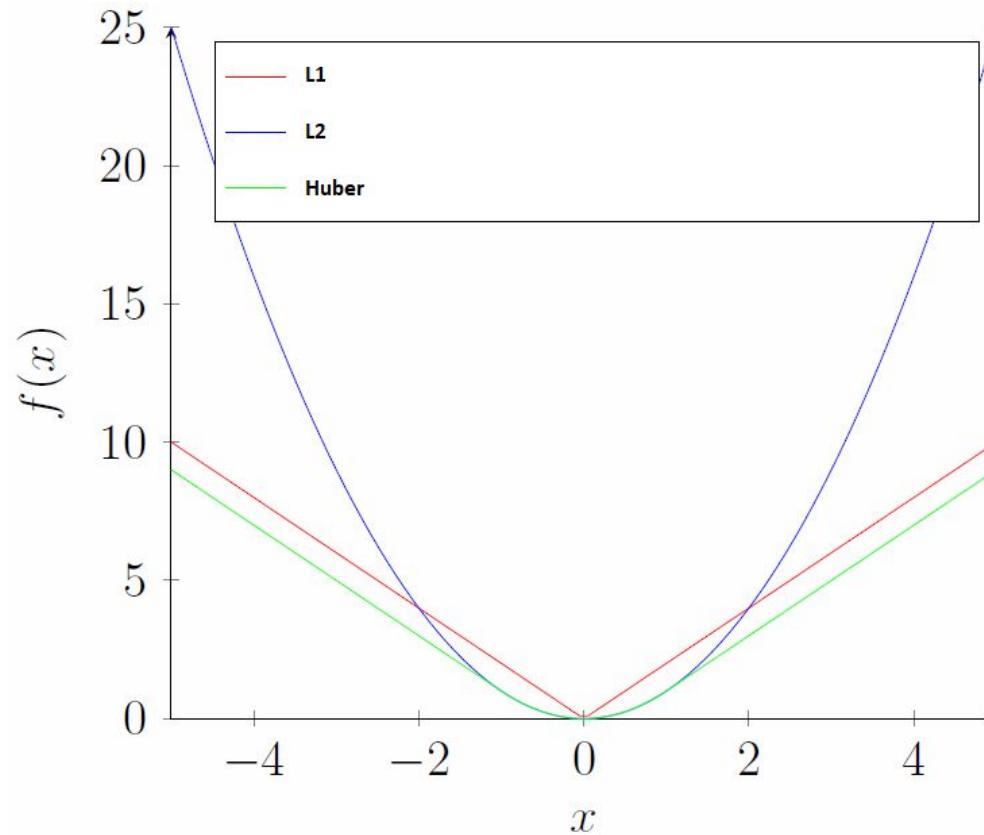
Подробнее: [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)

# Image super resolution from multiple images (TV-L1, TV-L2)



Подробнее: [Video Super Resolution using Duality Based TV-L1 Optical Flow, Mitzel et al., 2009](#) <sup>40</sup>

# Image super resolution from multiple images (**Huber loss**)



Подробнее: [A Convex Approach for Variational Super-Resolution, Unger et al., 2010](#)<sup>41</sup>

# Image super resolution from multiple images (Huber loss)

$$\min_x \| \nabla x \| + \lambda \| x - f \|$$

16 input images



Super-resolution  $\xi = 3$



Bicubic



Mitzel et al. [7]



TV-L1

Proposed method

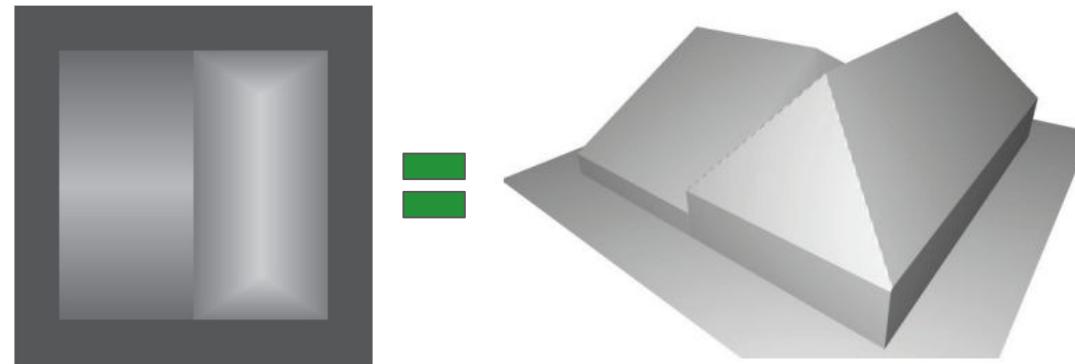


Huber

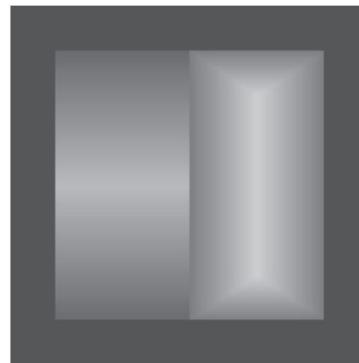
## Ссылки: TV-L2 (ROF), TV-L1, Primal-Dual минимизация

- [An introduction to Total Variation for Image Analysis, Chambolle et al., 2009](#)
- [IPython notebook with ROF and TVL1 denoising \(with math!\)](#)
- [Google Scholar: Thomas Pock \(lots of research with Primal Dual method\)](#)
- [Video Super Resolution using Duality Based TV-L1 Optical Flow, Mitzel et al., 2009](#)
- [A Convex Approach for Variational Super-Resolution, Unger et al., 2010](#)

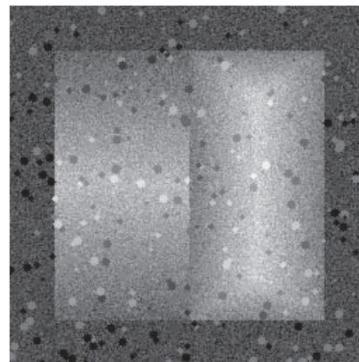
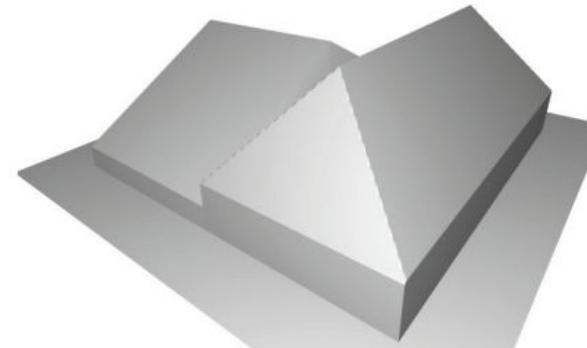
# DSM (Digital Surface Model, 2.5D карта высот)



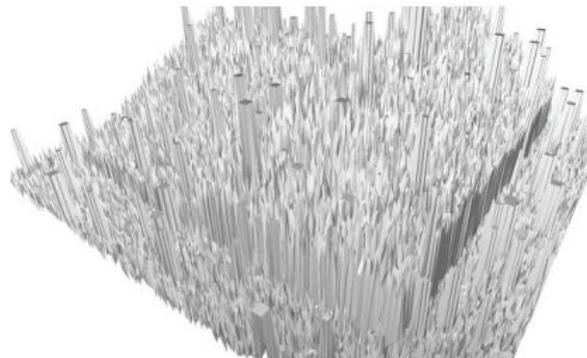
# DSM (Digital Surface Model, 2.5D карта высот)



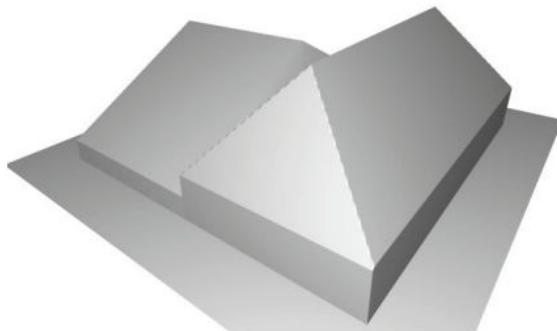
=



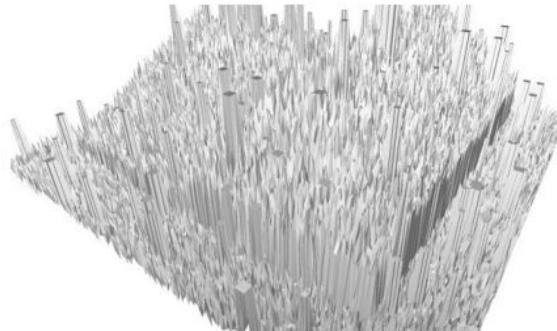
=



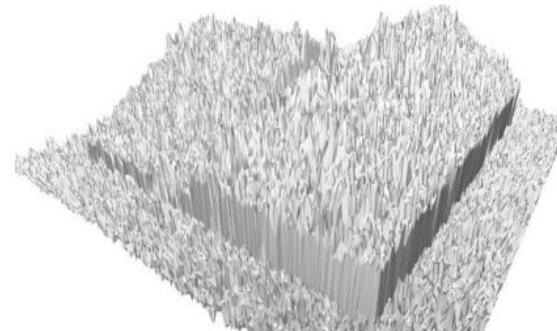
# DSM из 5 шумных наблюдений



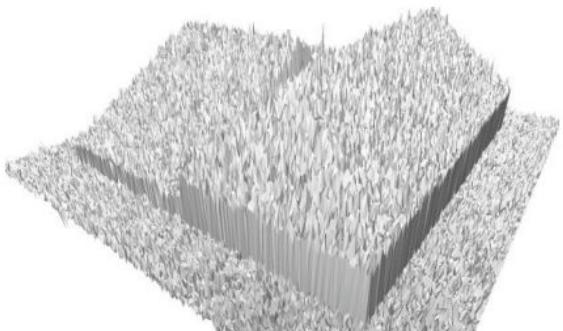
(a) Ground truth



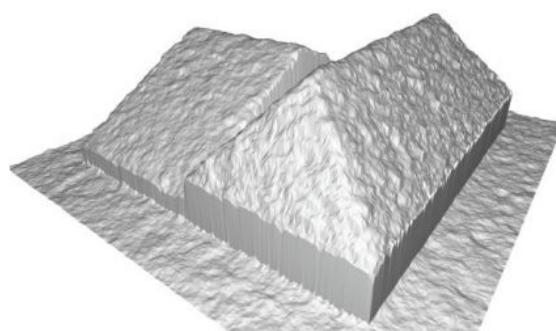
(b) Input image



(c) Average



(d) Median



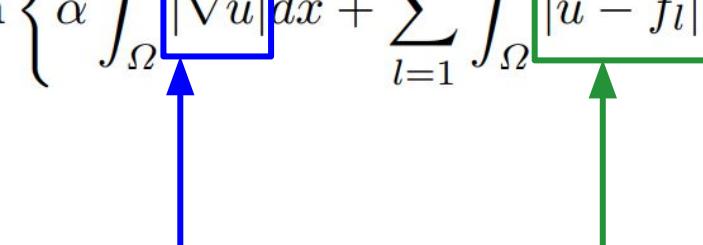
(e) Huber



(f)  $TGV^2$

## DSM из 5 шумных наблюдений (TV-L1, Huber, TGV)

## **TV-L<sup>1</sup> model:**

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$


# DSM из 5 шумных наблюдений (TV-L1, Huber, TGV)

**TV-L<sup>1</sup> model:**

**Huber model:**

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$
$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u|_{\varepsilon} dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$$

Полная вариация  
(Huber)

Huber loss

# DSM из 5 шумных наблюдений (TV-L1, Huber, TGV)

**TV-L<sup>1</sup> model:**

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

**Huber model:**

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u|_{\varepsilon} dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$$

**TGV<sup>2</sup> model:**  $\min_{u,v} \left\{ \alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx + \alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$

Полная вариация  $v$

Huber loss

# DSM из 5 шумных наблюдений (TV-L1, Huber, TGV)

**TV-L<sup>1</sup> model:**

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

**Huber model:**

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u|_{\varepsilon} dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$$

**TGV<sup>2</sup> model:**  $\min_{u,v} \left\{ \alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx + \alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$

Т.е. регуляризация второго порядка:

$$\alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx \Rightarrow v \approx \nabla u$$

  
Huber loss

# DSM из 5 шумных наблюдений (TV-L1, Huber, TGV)

**TV-L<sup>1</sup> model:**

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

**Huber model:**

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u|_{\varepsilon} dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$$

**TGV<sup>2</sup> model:**  $\min_{u,v} \left\{ \alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx + \alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$

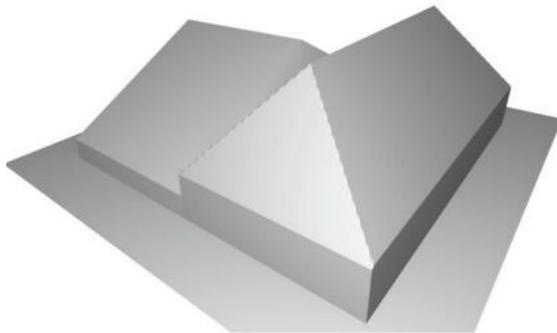
Т.е. регуляризация второго порядка:

$$\alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx \Rightarrow v \approx \nabla u$$

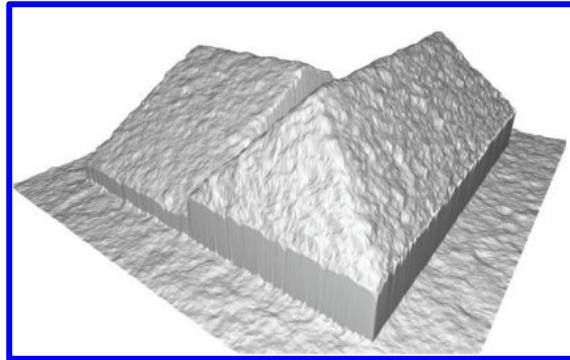
 Huber loss

$\alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx$  - полная вариация  $v \approx$  полная вариация  $\nabla u$

# DSM из 5 шумных наблюдений (TV-L1, Huber, TGV)



(a) Ground truth



(e) Huber

$$TGV^2 \text{ model: } \min_{u,v} \left\{ \alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx + \alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$$

Т.е. регуляризация второго порядка:

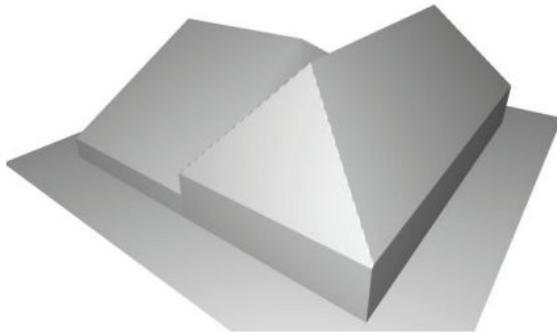
Что нам здесь не нравится?

$$\alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx \Rightarrow v \approx \nabla u$$

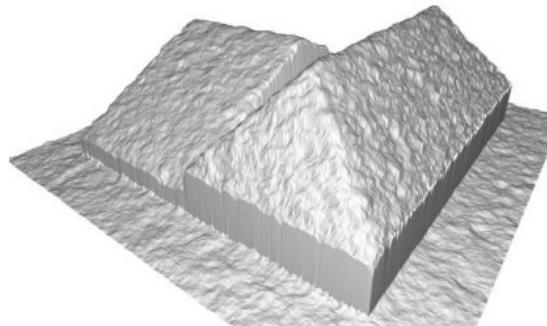
Huber loss

$\alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx$  - полная вариация  $v \approx$  полная вариация  $\nabla u$

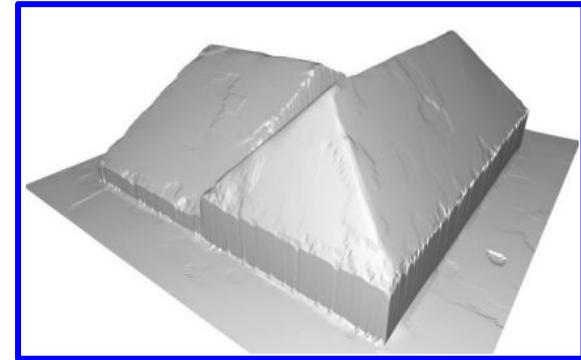
# DSM из 5 шумных наблюдений (TV-L1, Huber, TGV)



(a) Ground truth



(e) Huber



(f)  $TGV^2$

$$TGV^2 \text{ model: } \min_{u,v} \left\{ \alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx + \alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$$

Т.е. регуляризация второго порядка:

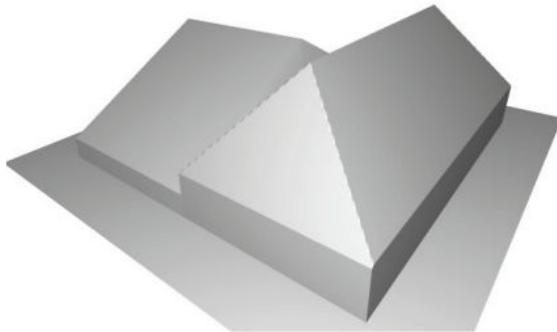
$$\alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx \Rightarrow v \approx \nabla u$$

$\alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx$  - полная вариация  $v \approx$  полная вариация  $\nabla u$

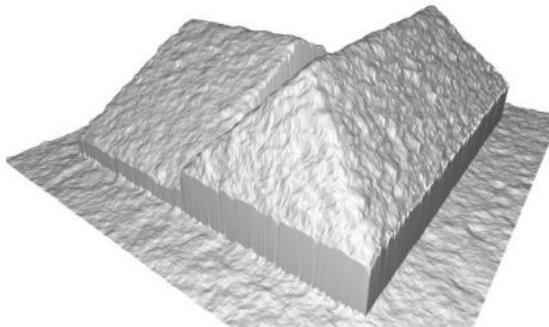
Что же мы хотим минимизировать?  
Какое априорное требование?

Huber loss

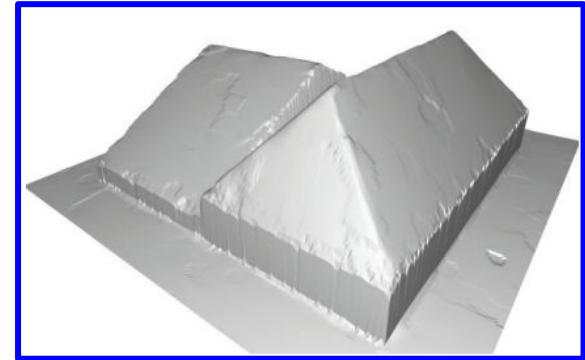
# DSM из 5 шумных наблюдений (TV-L1, Huber, TGV)



(a) Ground truth



(e) Huber



(f)  $TGV^2$

$$TGV^2 \text{ model: } \min_{u,v} \left\{ \alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx + \alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l|_{\delta} dx \right\}$$

Т.е. регуляризация второго порядка:

$$\alpha_1 \int_{\Omega} |\nabla u - v| dx \Rightarrow v \approx \nabla u$$

$$\alpha_0 \int_{\Omega} |\mathcal{E}(v)| dx - \text{полная вариация } v \approx \text{полная вариация } \nabla u$$

Хотим гладкую поверхность.  
Поэтому минимизируем перепады  
нормалей.

Huber loss

# DSM из шумных наблюдений (TGV-Huber)



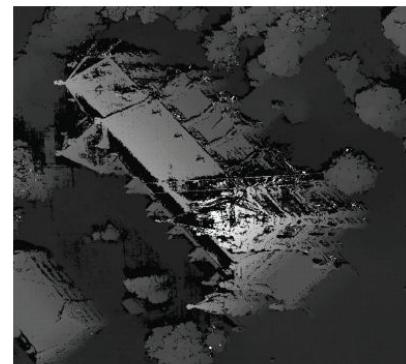
(a)



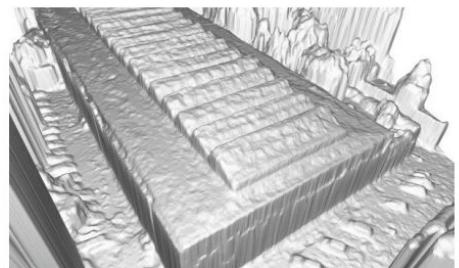
(b)



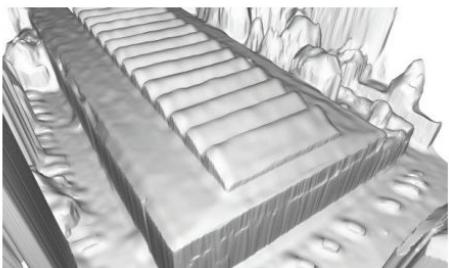
(a)



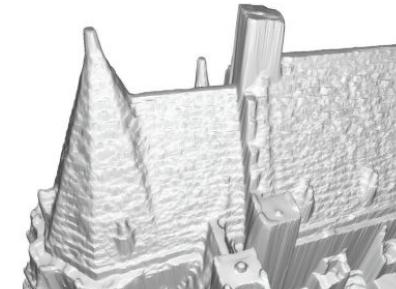
(b)



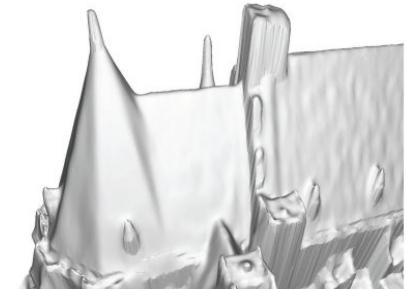
(c)



(d)



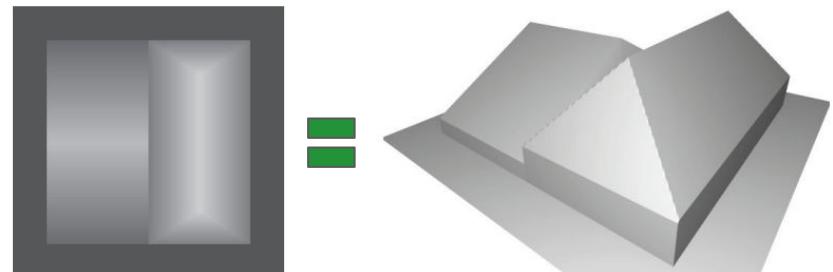
(c)



(d)

TGV-Fusion, Pock et al., 2011

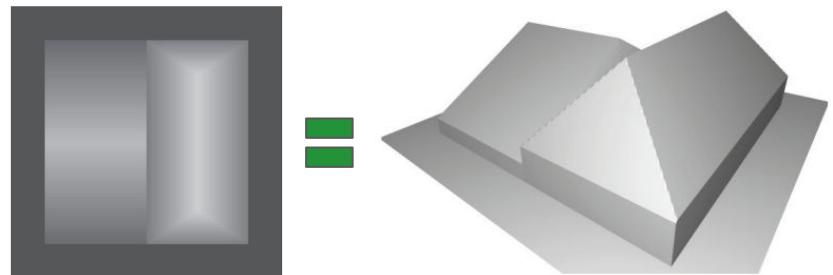
## DSM (2.5D карта высот)



На вход: ???

На выход: одна карта (картинка высот)

## DSM (2.5D карта высот)

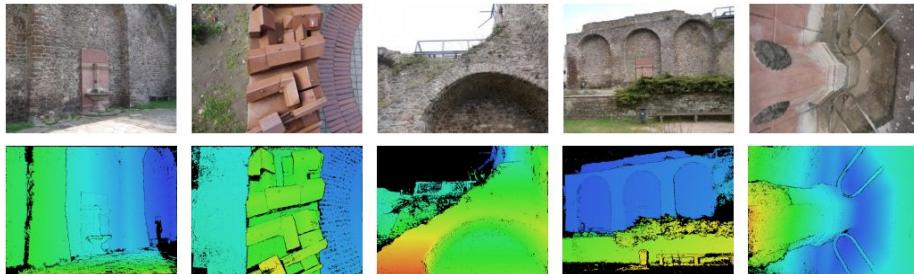


**На вход:** несколько неполных карт высоты  
(каждая получена из карты глубины)

**На выход:** одна карта (картинка высот)

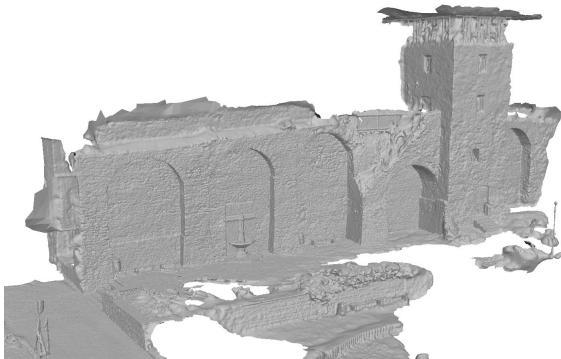
$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \boxed{\sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx} \right\}$$

## 3D модель

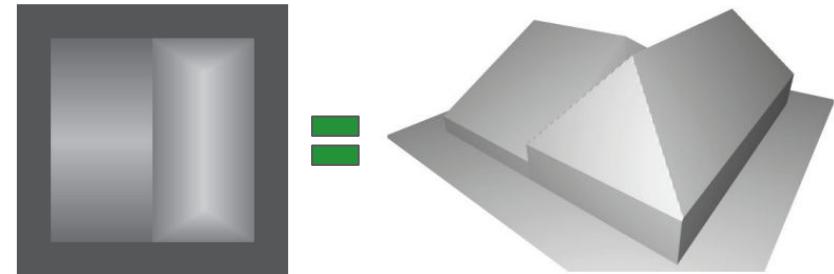


На вход: карты глубины???

На выход: полигональная модель???



## DSM (2.5D карта высот)

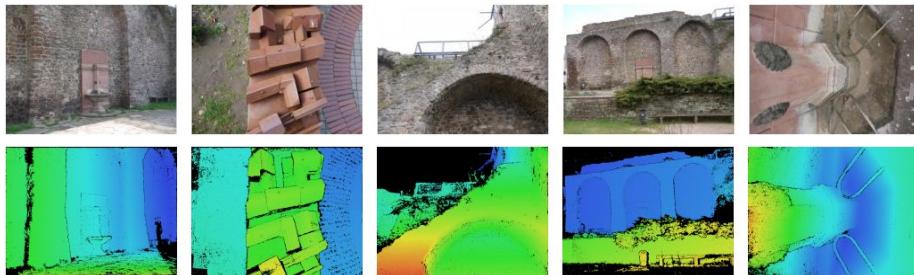


На вход: несколько неполных карт высоты  
(каждая получена из карты глубины)

На выход: одна карта (картинка высот)

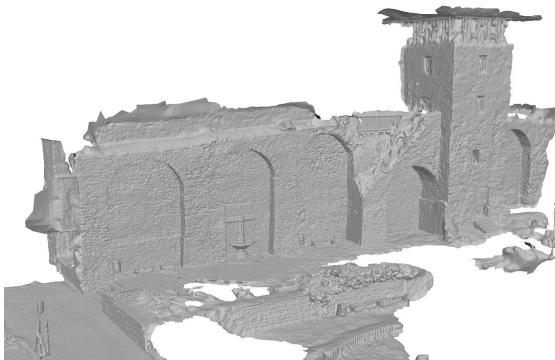
$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

## 3D модель

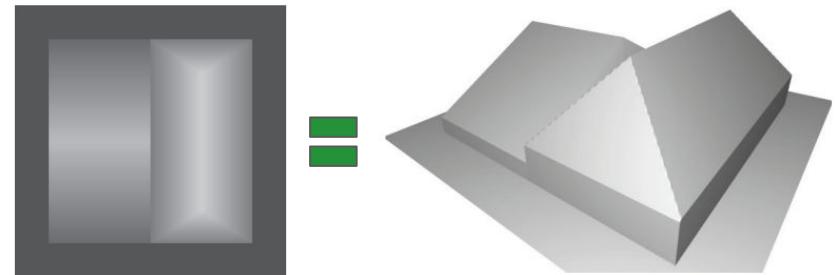


На вход: карты глубины???

На выход: полигональная модель???



## DSM (2.5D карта высот)



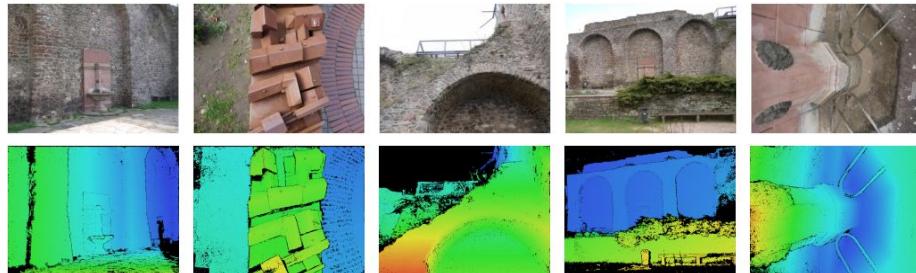
На вход: несколько неполных карт высоты  
(каждая получена из карты глубины)

На выход: одна карта (картинка высот)

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

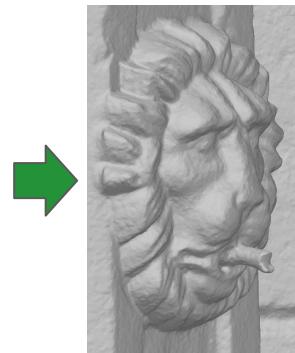
Какое 3D представление позволит легко сверить  
текущий ответ с входными данными?

## 3D модель

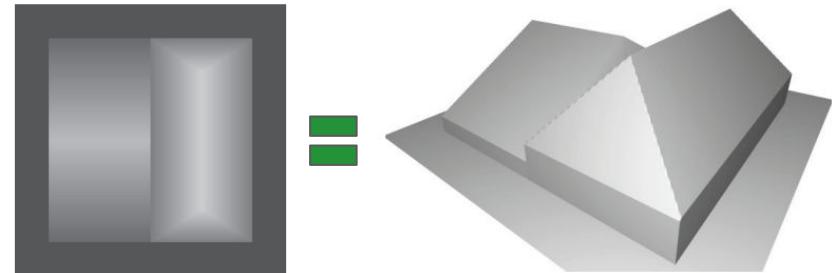


На вход: карты глубины???

На выход: индикаторное скалярное поле



## DSM (2.5D карта высот)

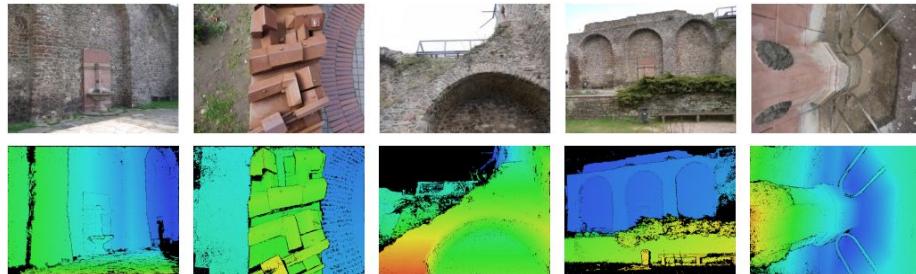


На вход: несколько неполных карт высоты  
(каждая получена из карты глубины)

На выход: одна карта (картинка высот)

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

## 3D модель

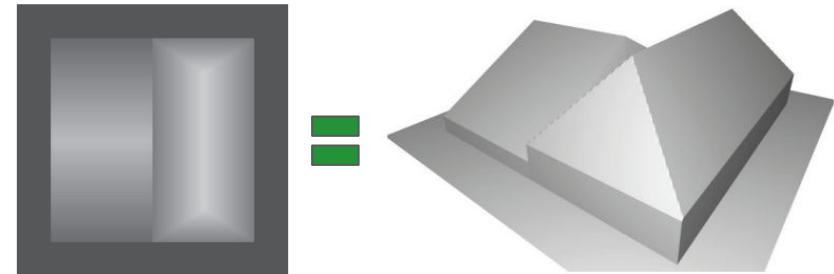


На вход: карты глубины???

На выход: индикаторное скалярное поле



## DSM (2.5D карта высот)

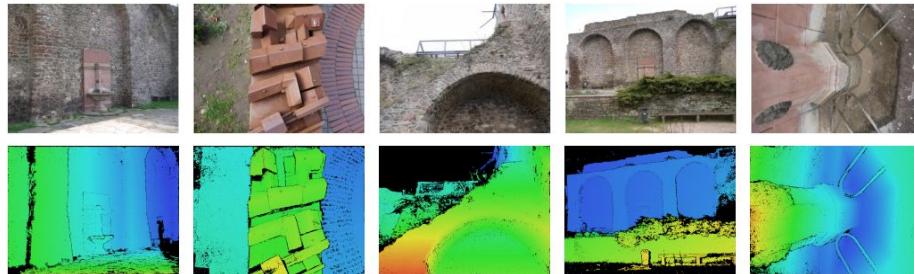


На вход: несколько неполных карт высоты  
(каждая получена из карты глубины)

На выход: одна карта (картинка высот)

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

## 3D модель

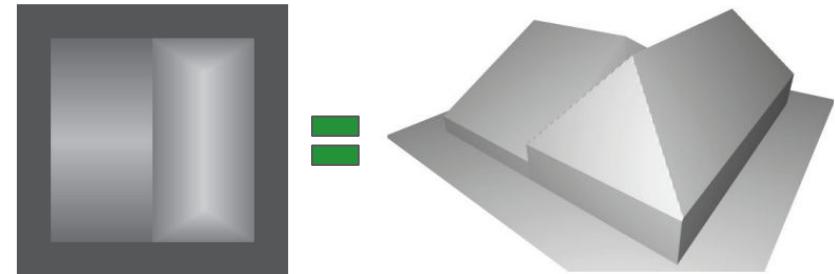


На вход: карты глубины???

На выход: индикаторное скалярное поле



## DSM (2.5D карта высот)

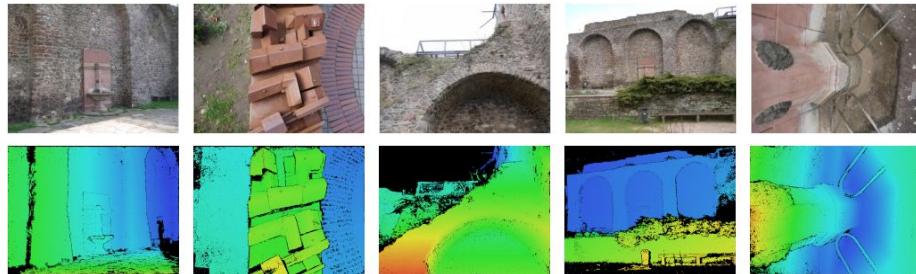


На вход: несколько неполных карт высоты  
(каждая получена из карты глубины)

На выход: одна карта (картинка высот)

$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

## 3D модель

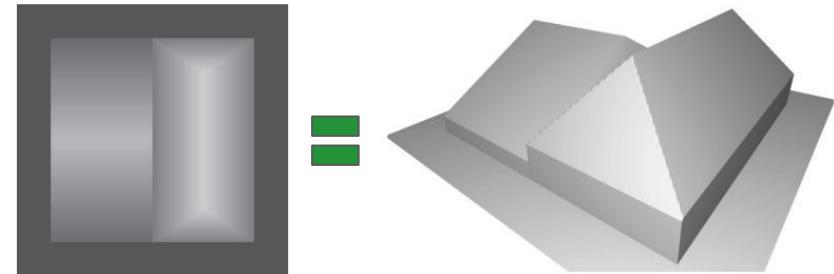


На вход: **карты глубины???**

На выход: индикаторное скалярное поле



## DSM (2.5D карта высот)

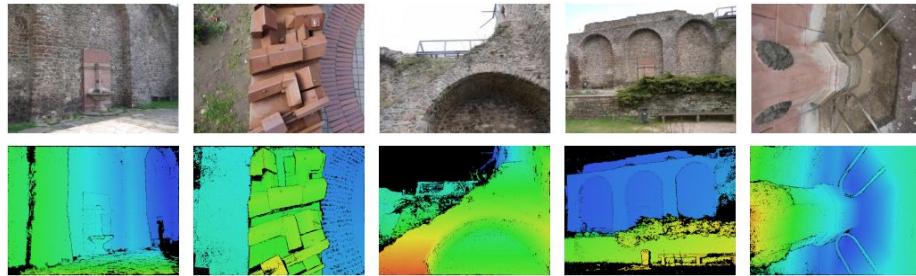


На вход: несколько неполных карт высоты  
(каждая получена из карты глубины)

На выход: одна карта (картинка высот)

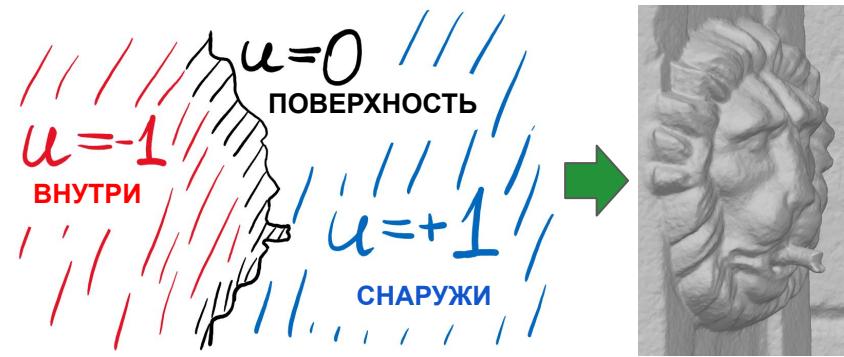
$$\min_u \left\{ \alpha \int_{\Omega} |\nabla u| dx + \sum_{l=1}^K \int_{\Omega} |u - f_l| dx \right\}$$

## 3D модель

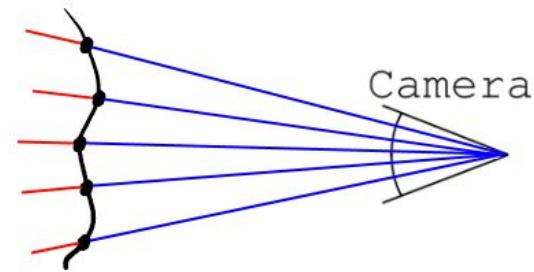


На вход: карты глубины???

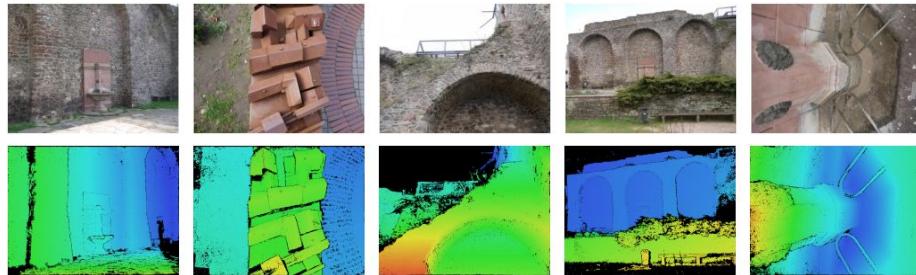
На выход: индикаторное скалярное поле



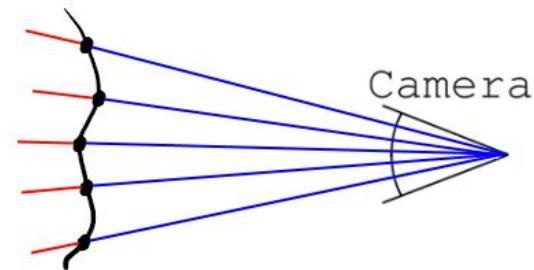
## Карты глубины



# 3D модель

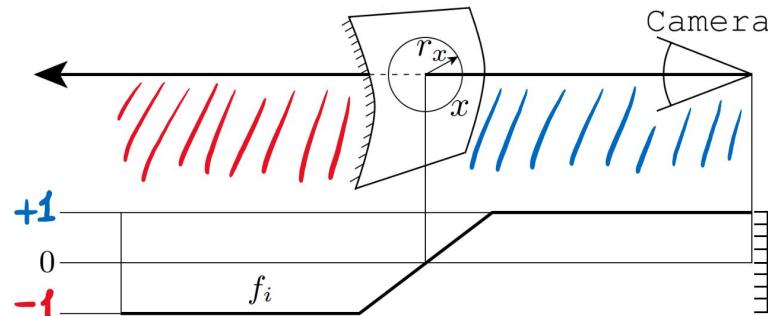


# Карты глубины

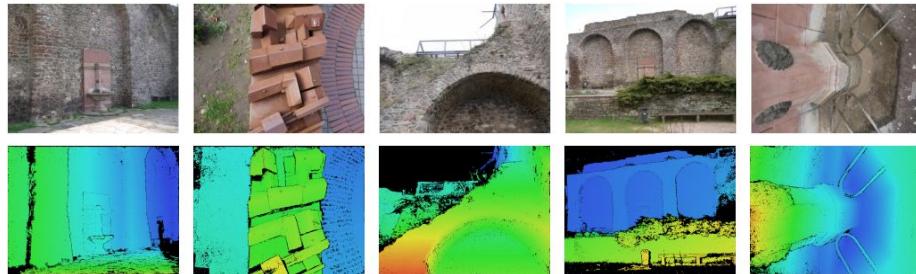


На вход: карты глубины???

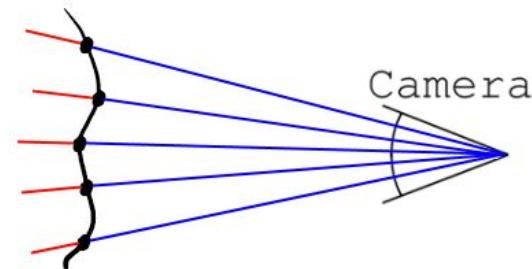
На выход: индикаторное скалярное поле



# 3D модель

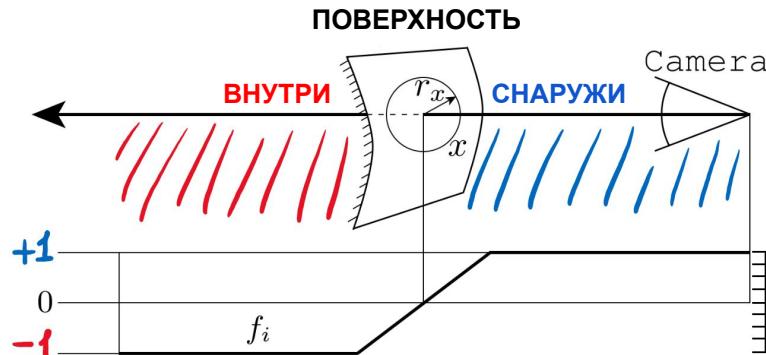


# Карты глубины

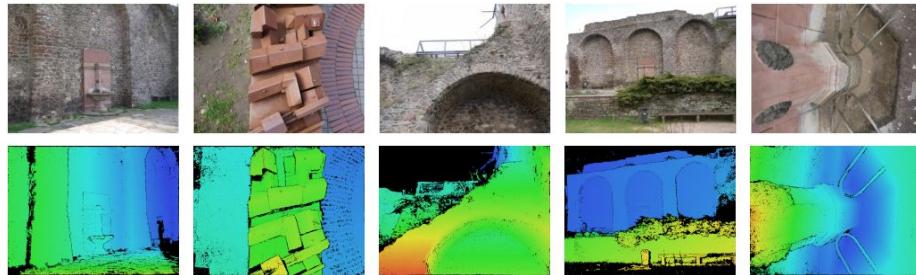


На вход: карты глубины???

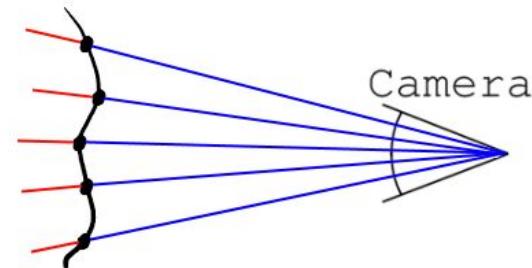
На выход: индикаторное скалярное поле



# 3D модель

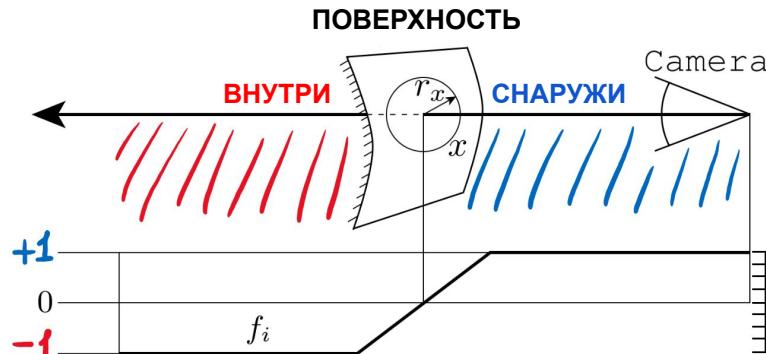


# Карты глубины

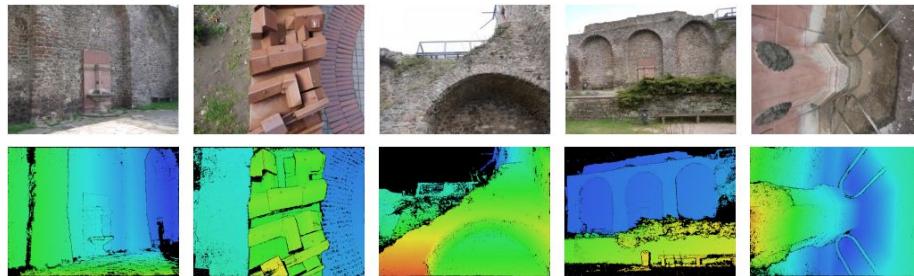


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле

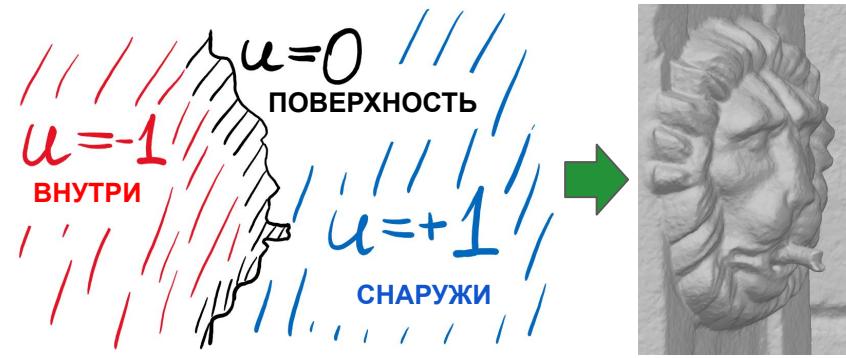


## 3D модель (TV-L1)

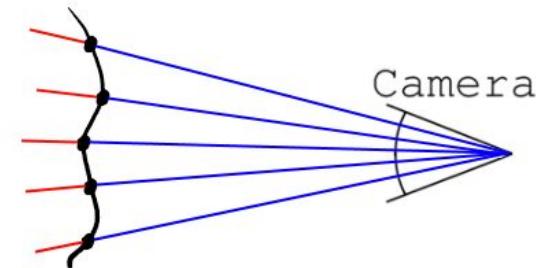


На вход: индикаторное скалярное поле

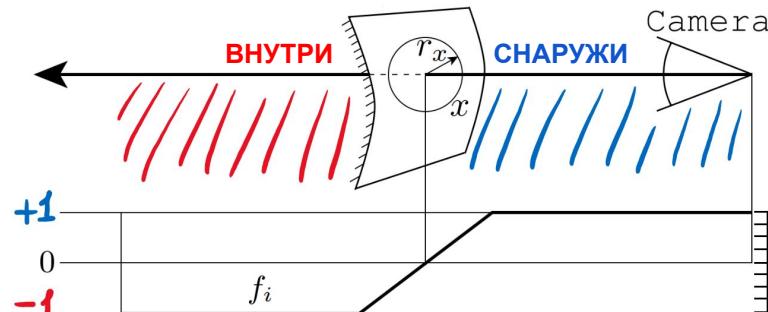
На выход: индикаторное скалярное поле



## Карты глубины



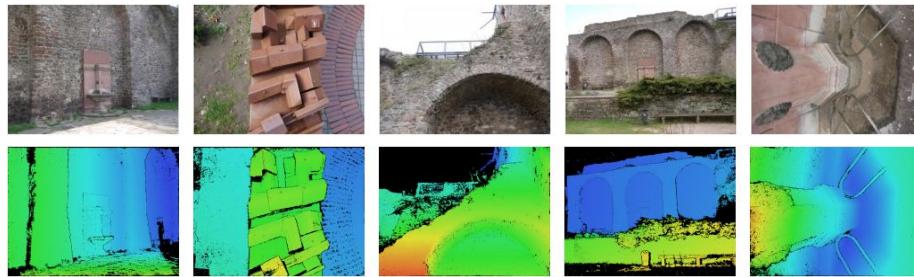
ПОВЕРХНОСТЬ



TV-L<sup>1</sup>:

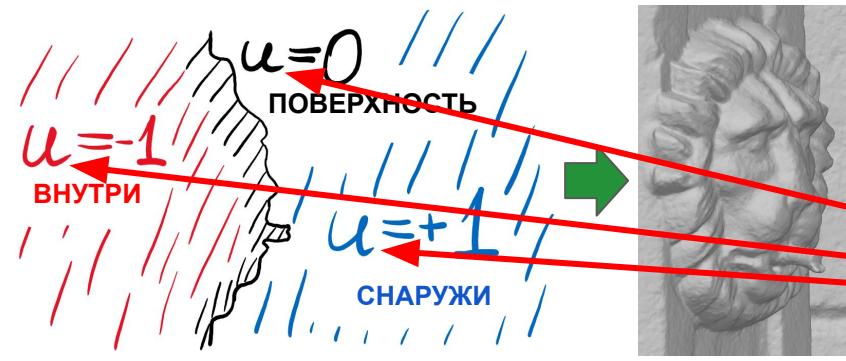
$$E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

## 3D модель (TV-L1)

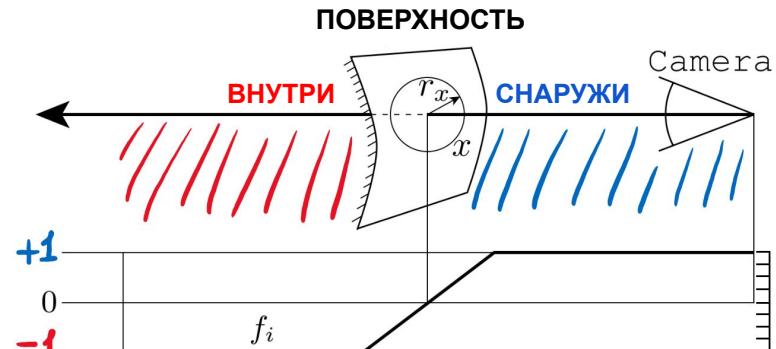
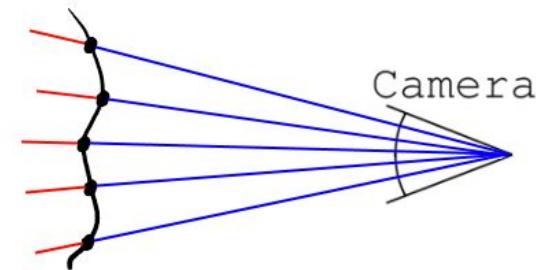


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле

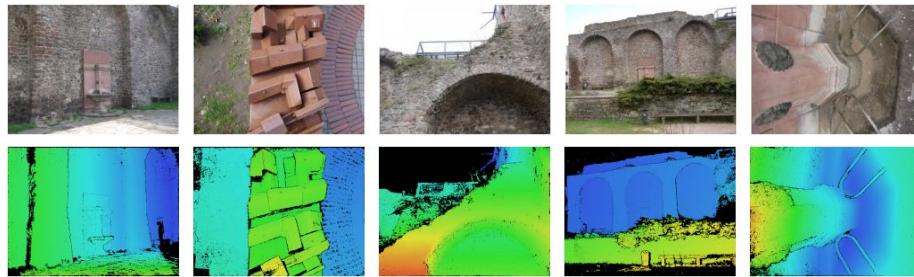


## Карты глубины



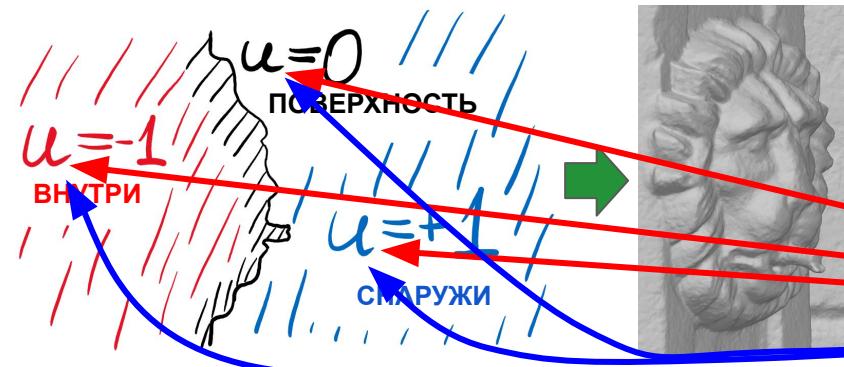
$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

# 3D модель (TV-L1)

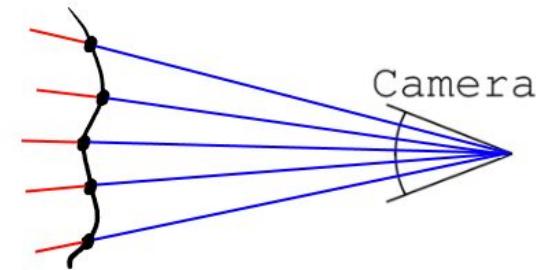


На вход: индикаторное скалярное поле

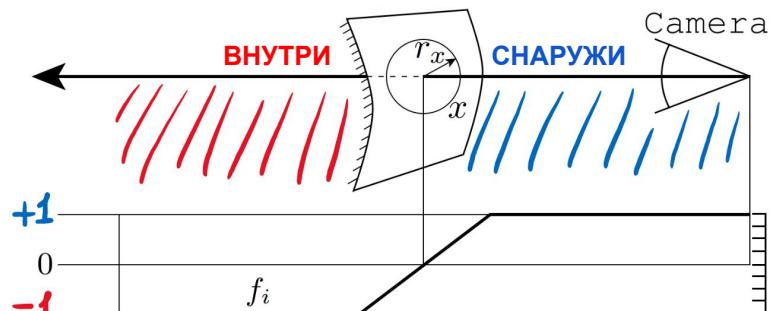
На выход: индикаторное скалярное поле



# Карты глубины

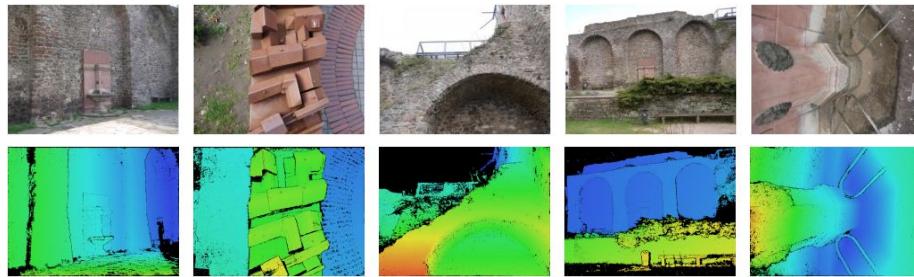


ПОВЕРХНОСТЬ



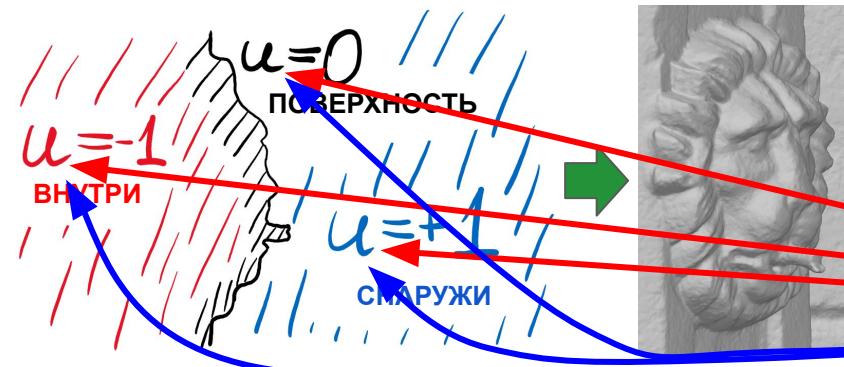
$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left( |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right) d\vec{x}$$

## 3D модель (TV-L1)

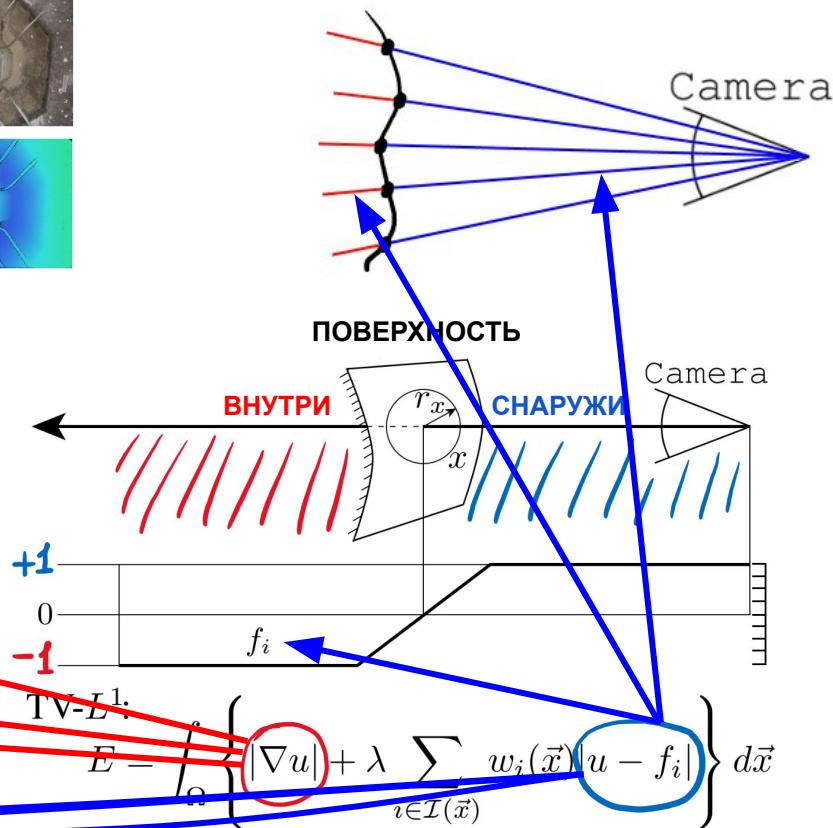


На вход: индикаторное скалярное поле

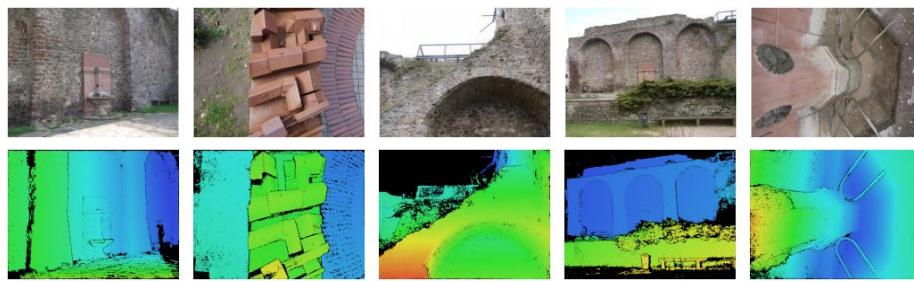
На выход: индикаторное скалярное поле



## Карты глубины

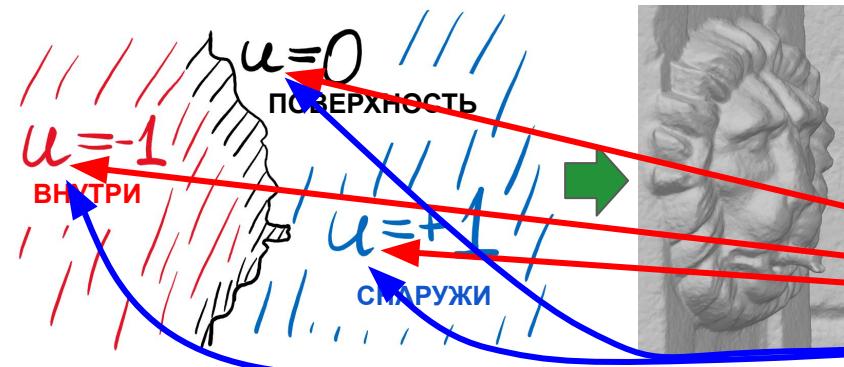


## 3D модель (TV-L1)

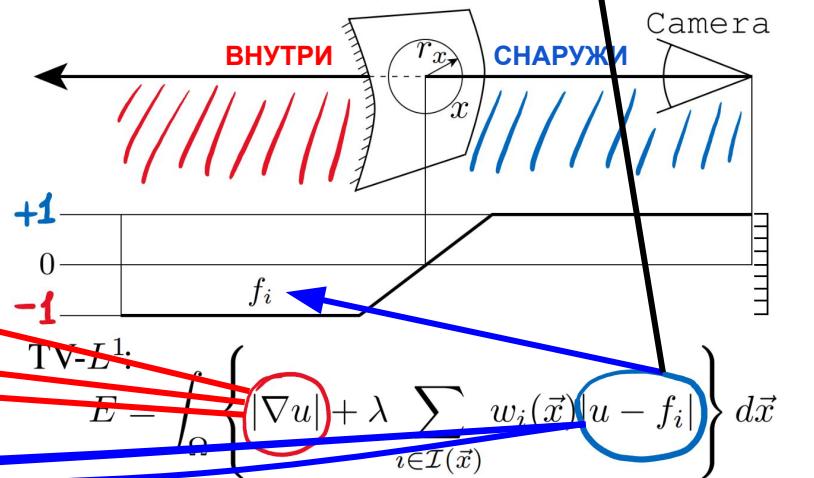
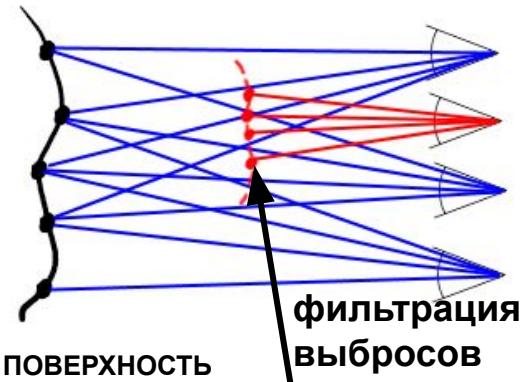


На вход: индикаторное скалярное поле

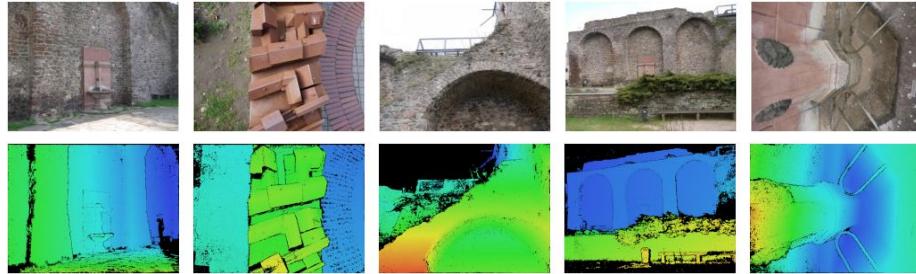
На выход: индикаторное скалярное поле



## Карты глубины



# 3D модель (TV-L1)

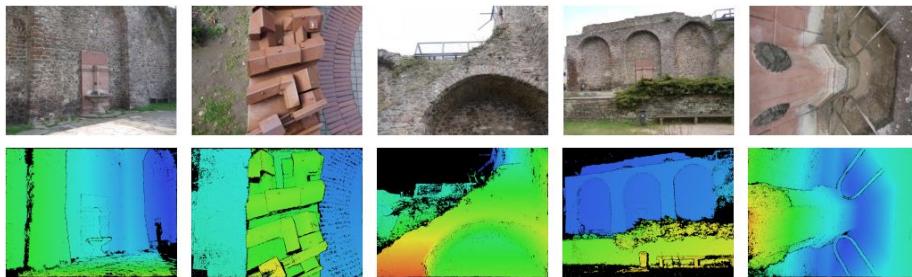


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле

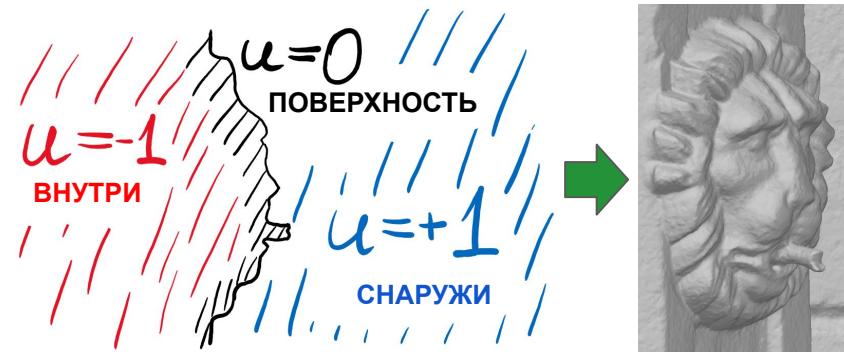


## 3D модель (TV-L1)

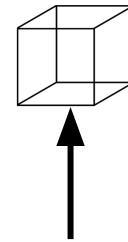


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле

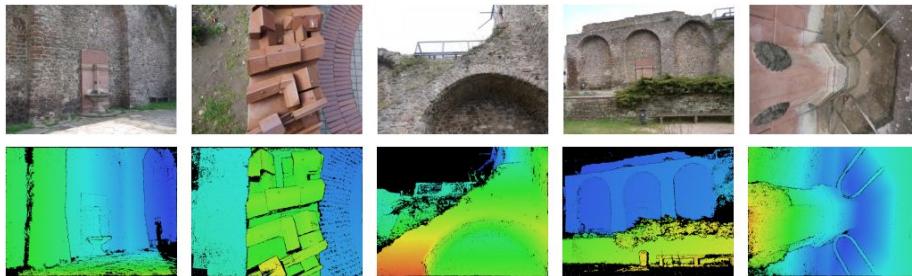


## Маршировка кубов



рассмотрим воксель нашего пространства

## 3D модель (TV-L1)

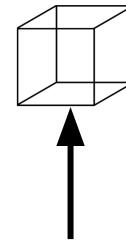


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



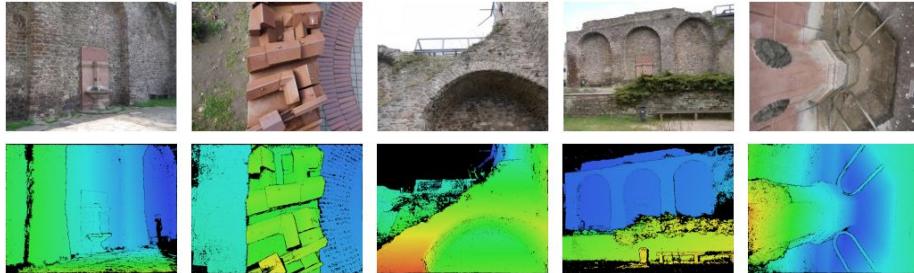
## Маршировка кубов



рассмотрим воксель нашего пространства

как зная индикаторное поле на его 8 углах  
понять где проходит поверхность?

# 3D модель (TV-L1)

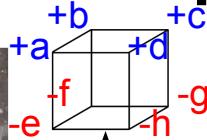


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



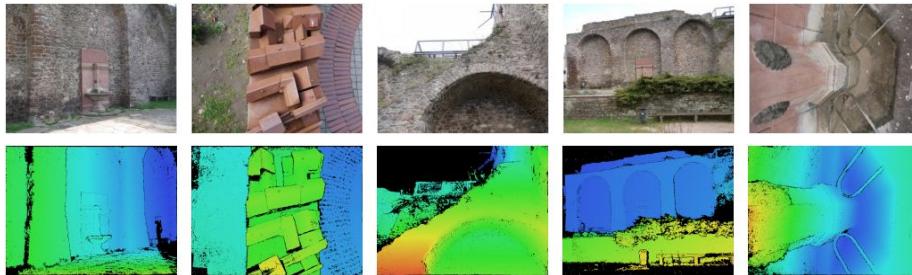
# Маршировка кубов



рассмотрим воксель нашего пространства

как зная индикаторное поле на его 8 углах  
понять где проходит поверхность?

# 3D модель (TV-L1)

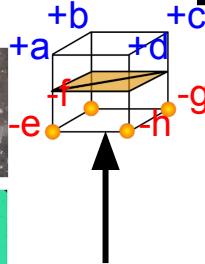


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



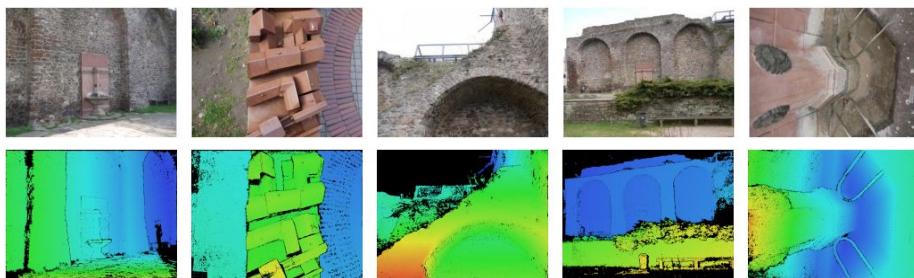
# Маршировка кубов



рассмотрим воксель нашего пространства

как зная индикаторное поле на его 8 углах  
понять где проходит поверхность?

## 3D модель (TV-L1)

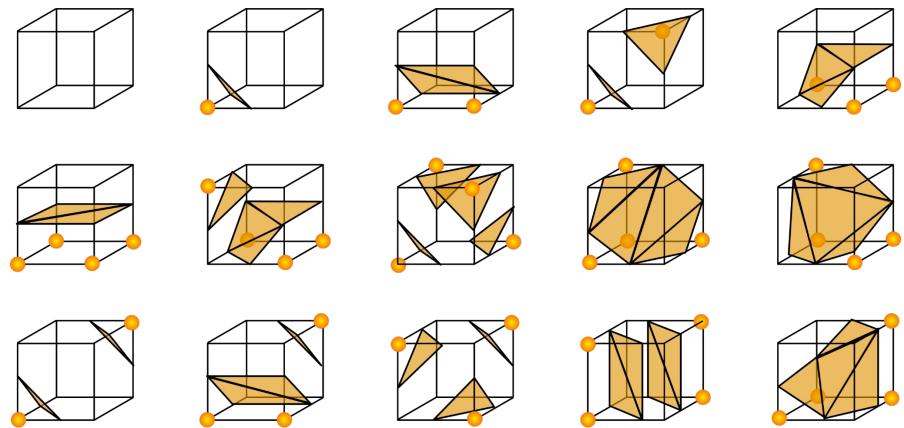


На вход: индикаторное скалярное поле

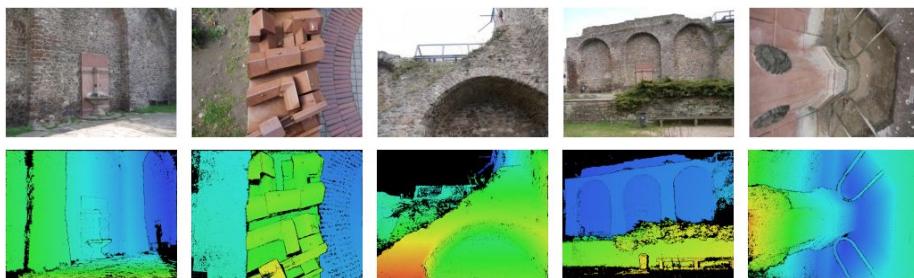
На выход: индикаторное скалярное поле



## Маршировка кубов



## 3D модель (TV-L1)

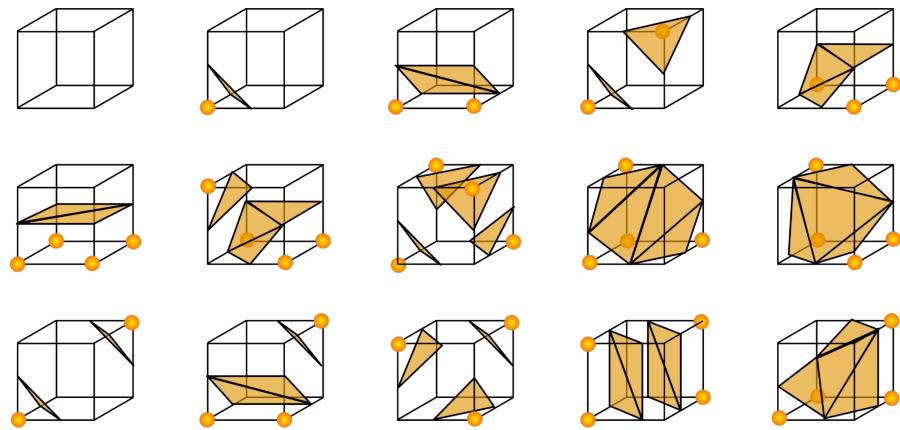


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле

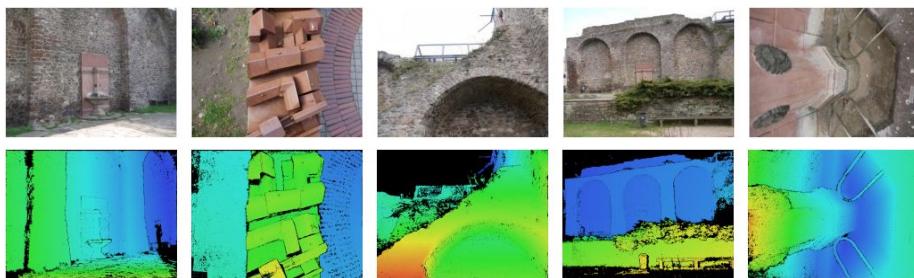


## Маршировка кубов



А сколько всего случаев?

## 3D модель (TV-L1)

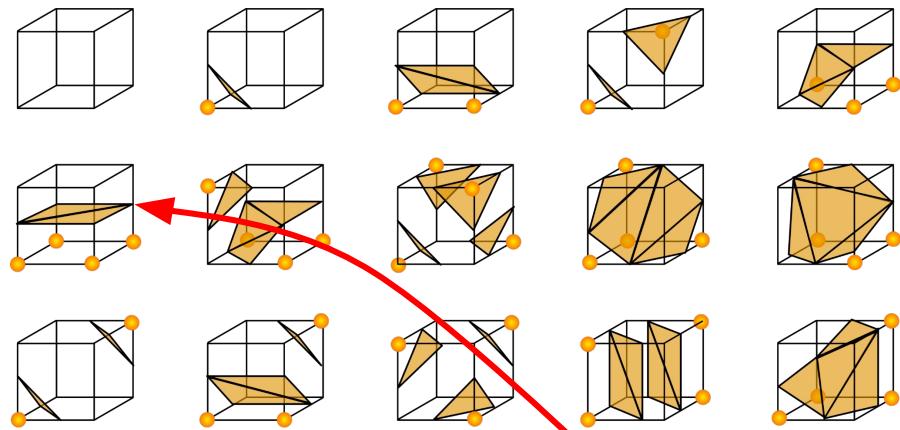


На вход: индикаторное скалярное поле

На выход: индикаторное скалярное поле



## Маршировка кубов

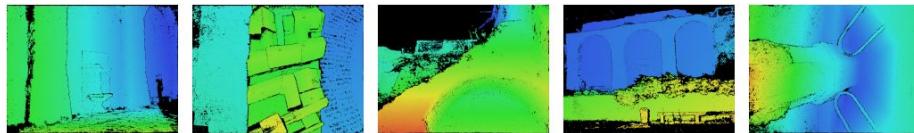


А сколько всего случаев?

А где между углами вокселя ставить вершину?

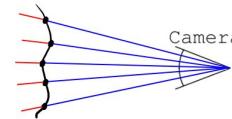
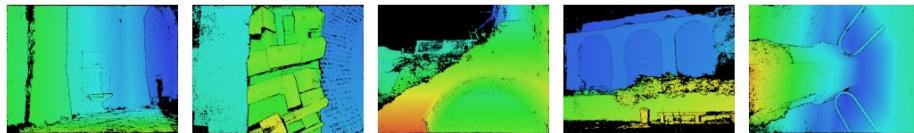
# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины



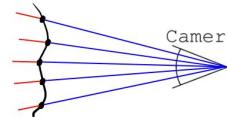
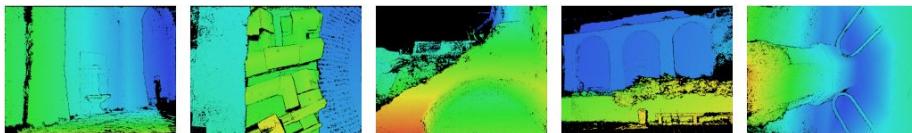
# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины



# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины

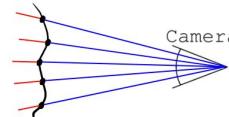
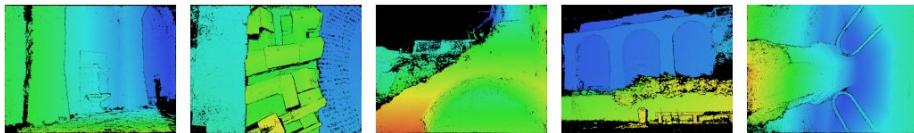


- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает адаптивное октодерево (дискретизация пространства)

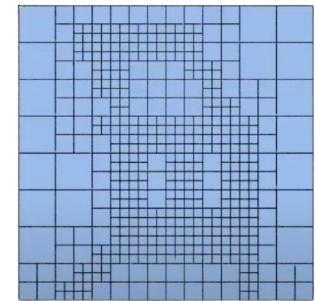


# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины

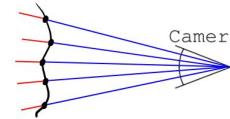
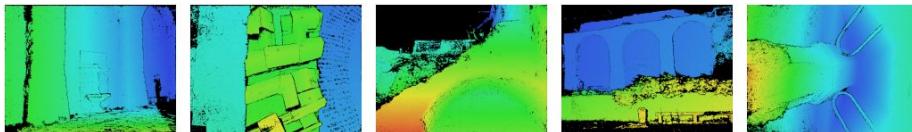


- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает адаптивное октодерево (дискретизация пространства)

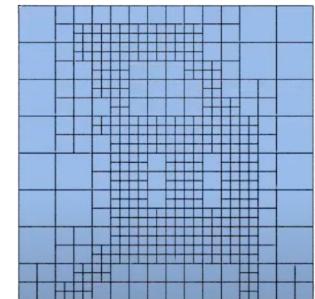


# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины

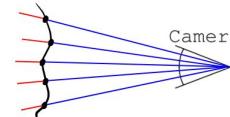
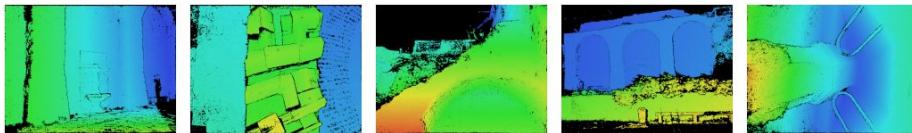


- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное октодерево** (дискретизация пространства)  
**как по точке решить какого размера нужен воксель?**

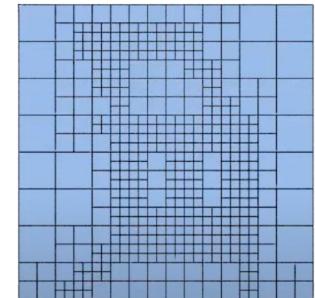


# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины

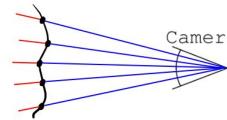
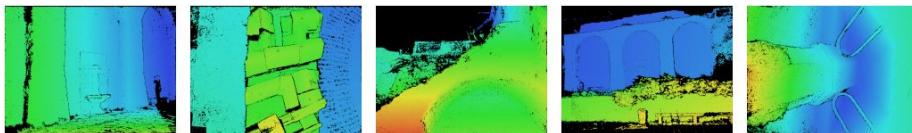


- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное октодерево** (дискретизация пространства)  
**как по точке решить какого размера нужен воксель?**  
**у каждой точки есть разрешение (в миллиметрах)**



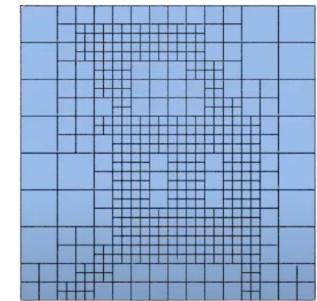
# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины



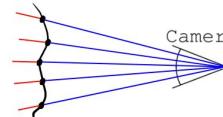
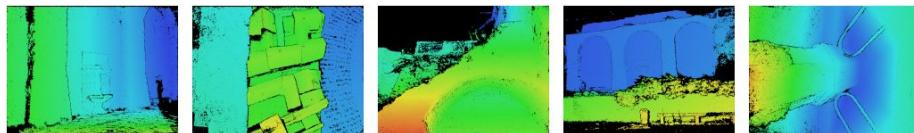
- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций)

$$\text{TV-}L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$



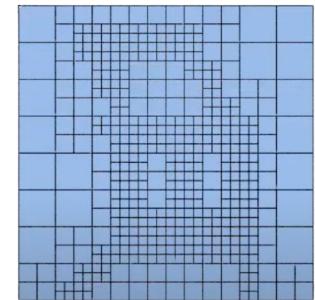
# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины

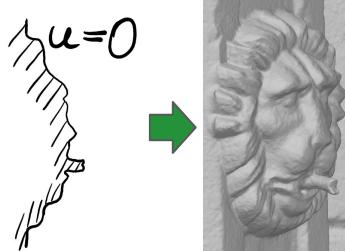


- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (много итераций)

$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$



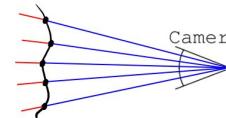
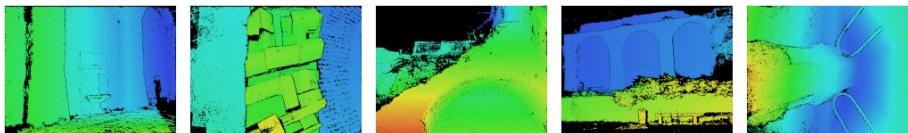
- 4) Извлекли поверхность маркировкой кубов



Как ускорить?

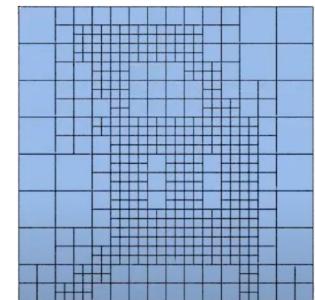
## 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины

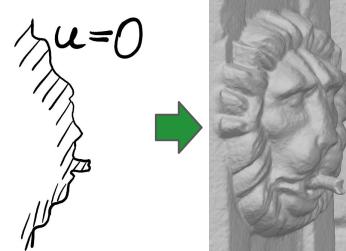


- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное октодерево** (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций**)

$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$



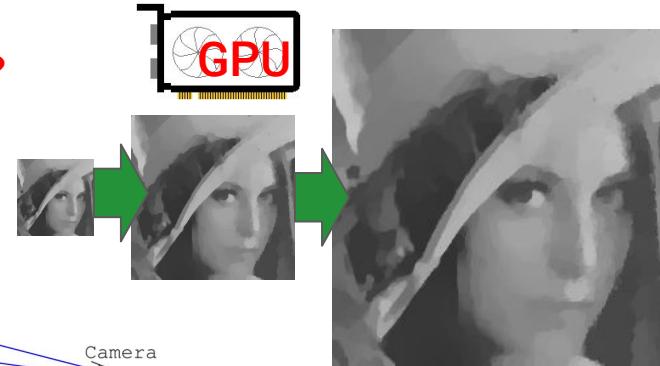
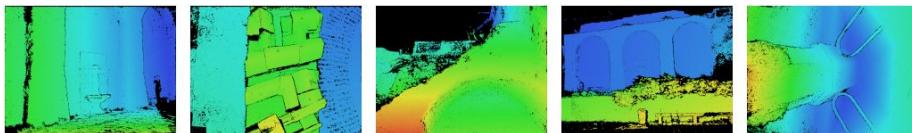
- 4) Извлекли поверхность маркировкой кубов



# 3D модель (TV-L1)

Как ускорить?

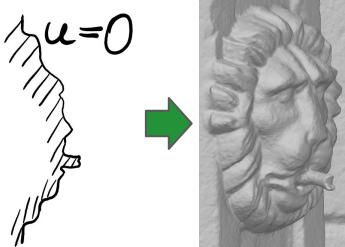
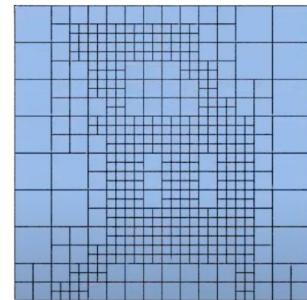
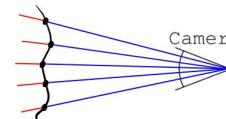
- 1) Есть множество карт глубины



- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций**)

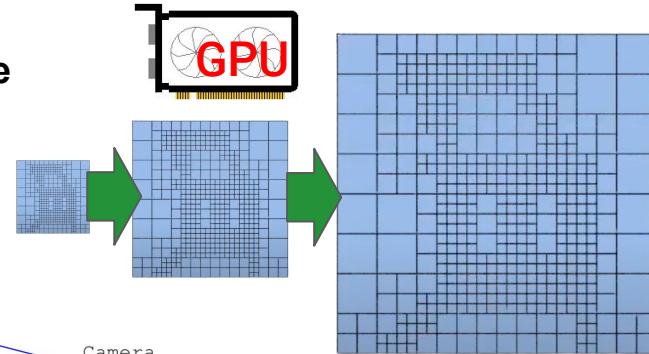
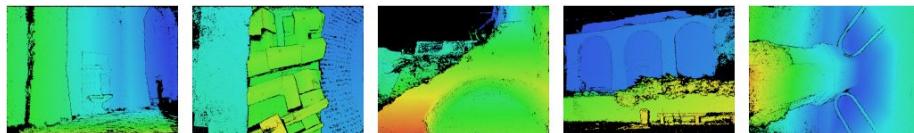
$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

- 4) Извлекли поверхность маркировкой кубов



## 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины



- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций**)

$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

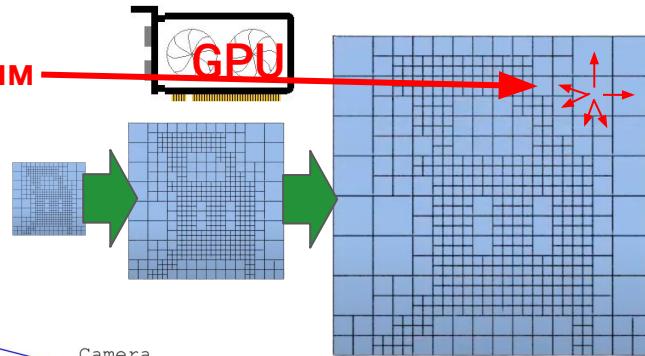
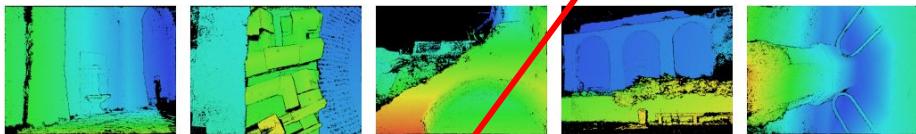
- 4) Извлекли поверхность маркировкой кубов



Нужно обращаться к соседним вокселям

## 3D модель (TV-L1)

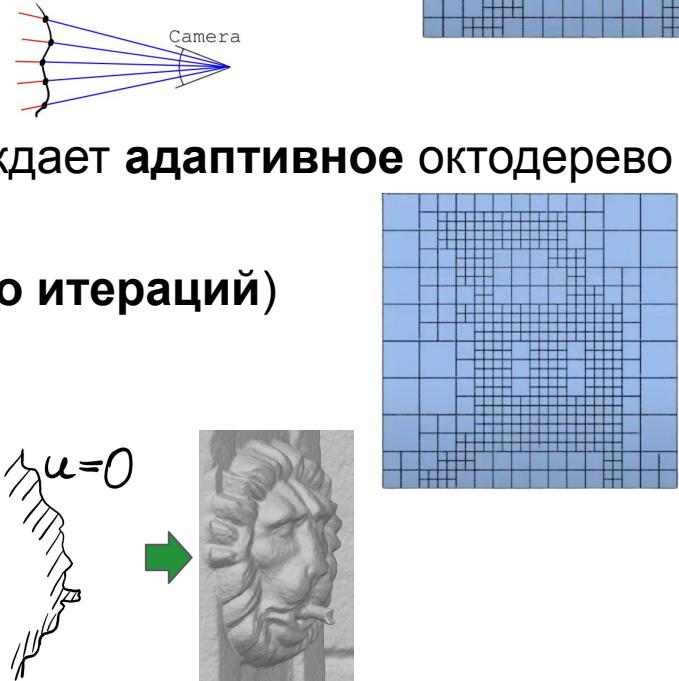
- 1) Есть множество карт глубины



- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное октодерево** (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций**)

$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

- 4) Извлекли поверхность маркировкой кубов

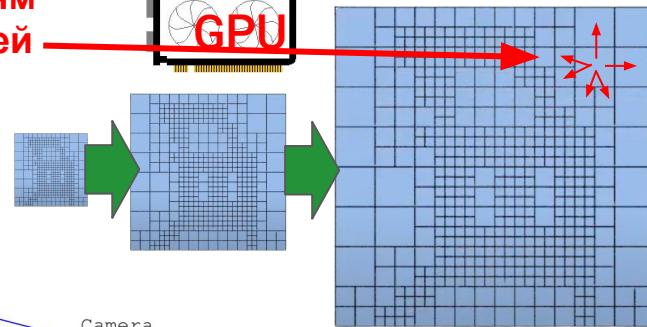
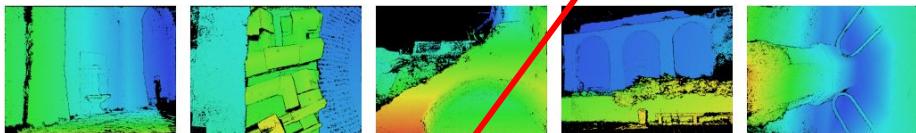


Нужно обращаться к соседним voxелям  
Значит нужно ограничить число соседей



## 3D модель (TV-L1)

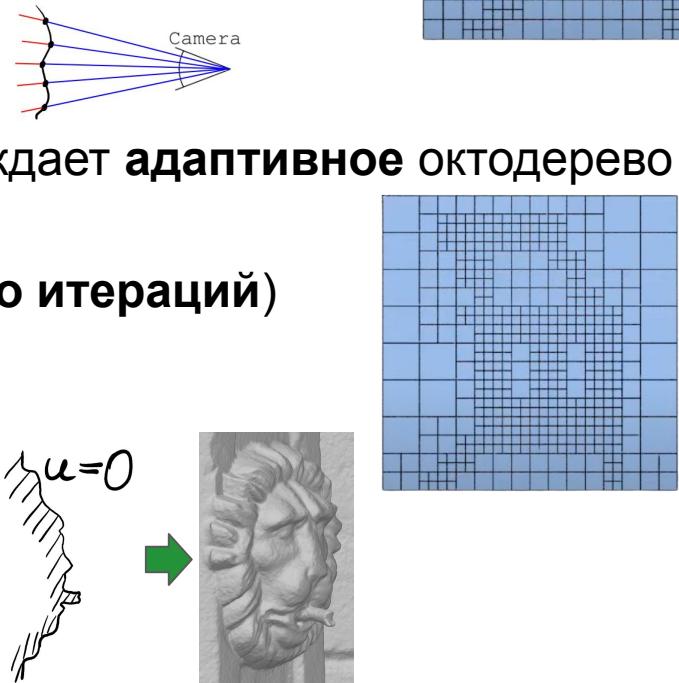
- 1) Есть множество карт глубины



- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное октодерево** (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций**)

$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

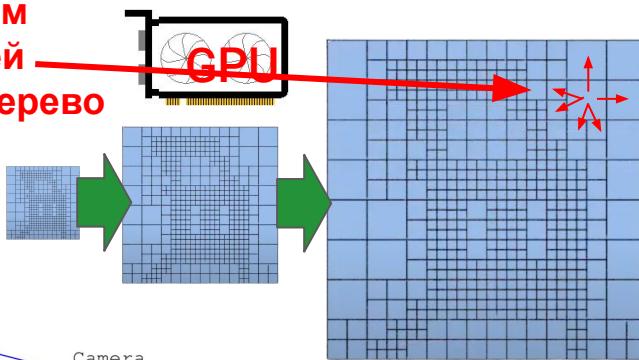
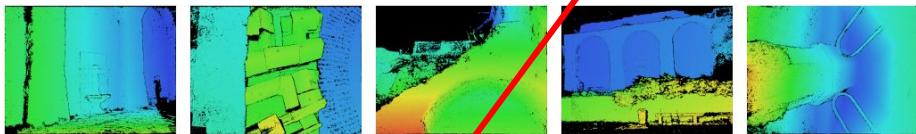
- 4) Извлекли поверхность маршировкой кубов



Нужно обращаться к соседним вокселям  
Значит нужно ограничить число соседей  
Значит нужно сбалансированное октодерево

## 3D модель (TV-L1)

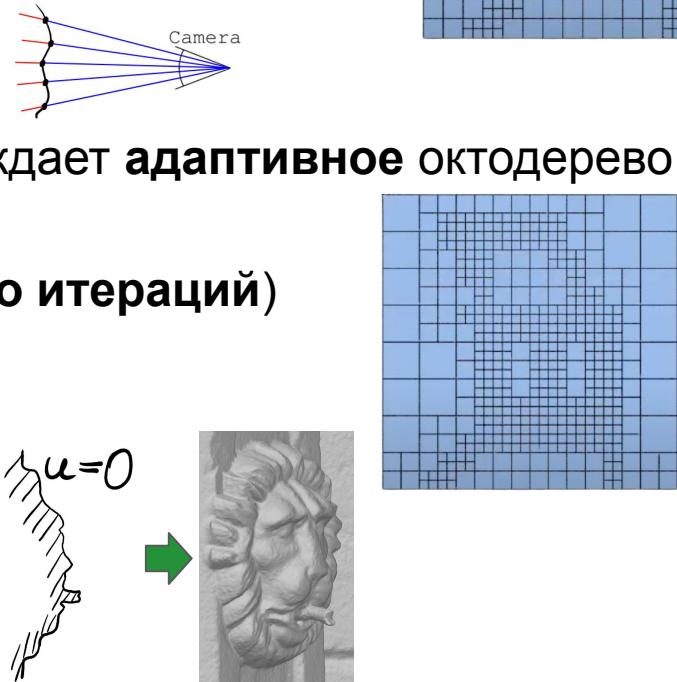
- 1) Есть множество карт глубины



- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций**)

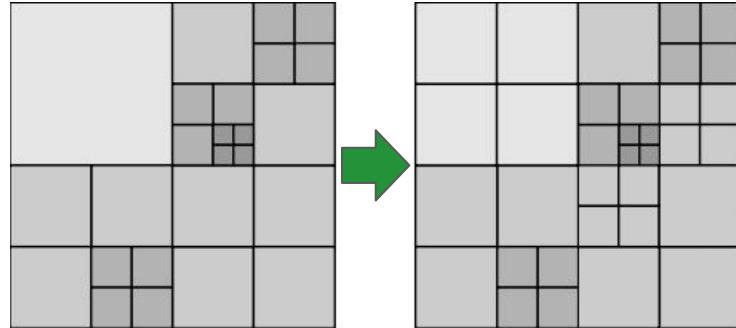
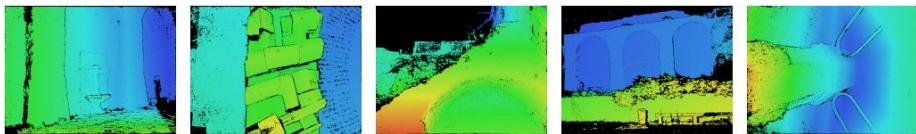
$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

- 4) Извлекли поверхность маршировкой кубов



# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины

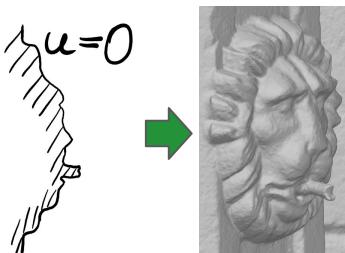


- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций + Coarse-to-Fine**)

TV-L<sup>1</sup>:

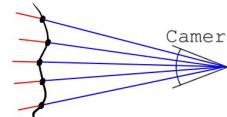
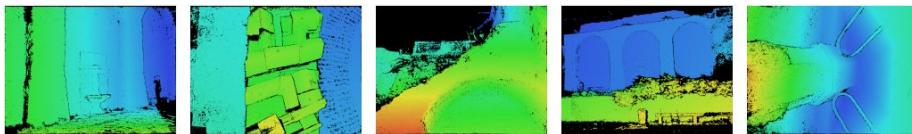

$$E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

- 5) Извлекли поверхность маркировкой кубов



# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины

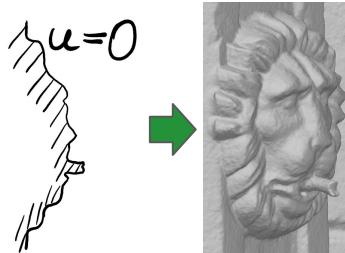


- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное октодерево** (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций + Coarse-to-Fine**)

TV-L<sup>1</sup>:


$$E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

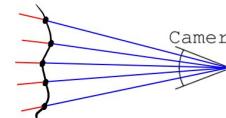
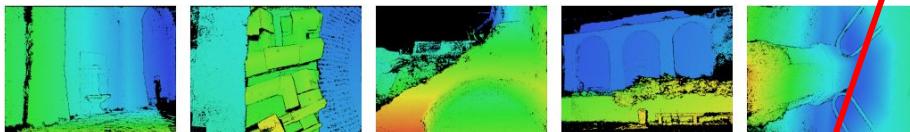
- 5) Извлекли поверхность маршировкой кубов



# 3D модель (TV-L1)

Как компактно хранить карты глубины?  
При этом чтобы быстро с ними сверяться!

- 1) Есть множество карт глубины

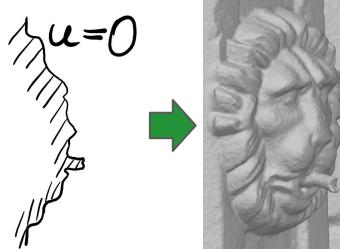


- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное октодерево** (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций + Coarse-to-Fine**)

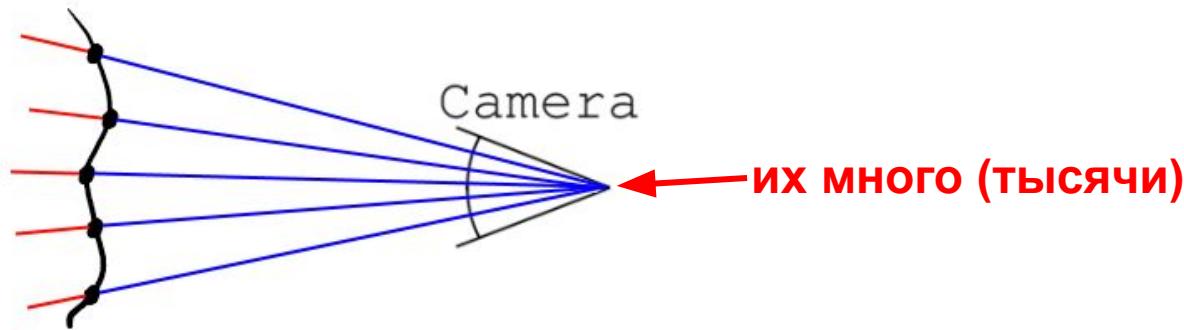


$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

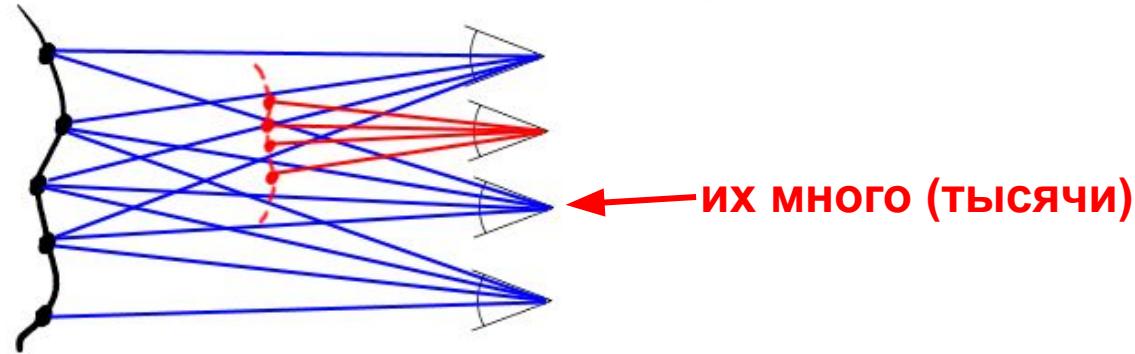
- 5) Извлекли поверхность маршировкой кубов



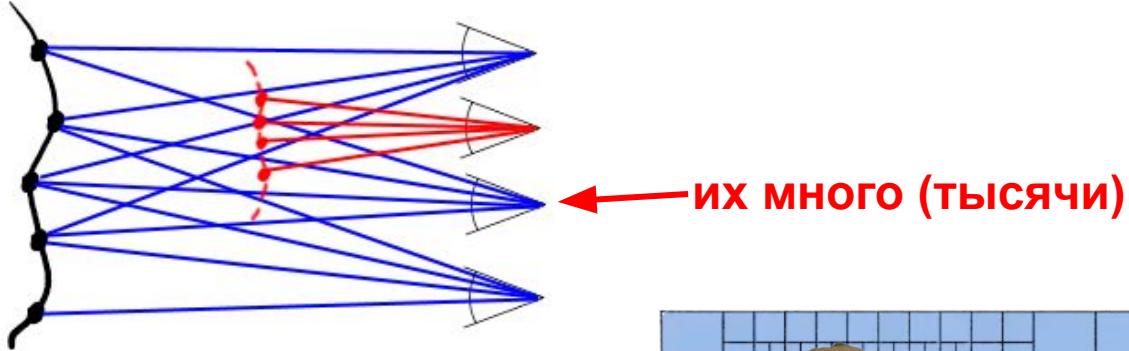
# 3D модель (TV-L1): как компактно хранить $f_i$ карт глубины?



# 3D модель (TV-L1): как компактно хранить $f_i$ карт глубины?



# 3D модель (TV-L1): как компактно хранить $f_i$ карт глубины?

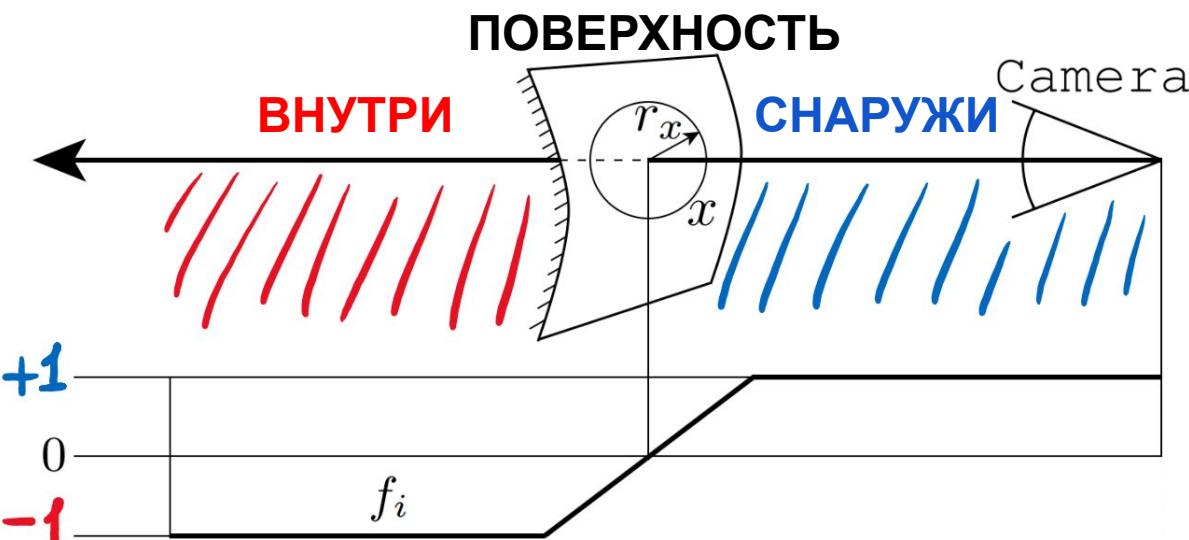
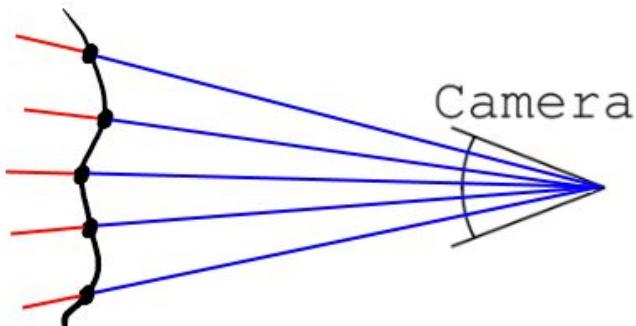


если пространство дискретизировано  
октодеревом из  $N$  вокселей

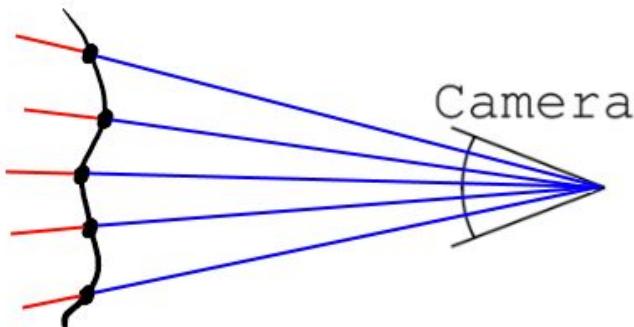
сколько бы памяти потребовалось чтобы  
хранить скалярные индикаторные поля?



# 3D модель (TV-L1): как компактно хранить $f_i$ карт глубины?

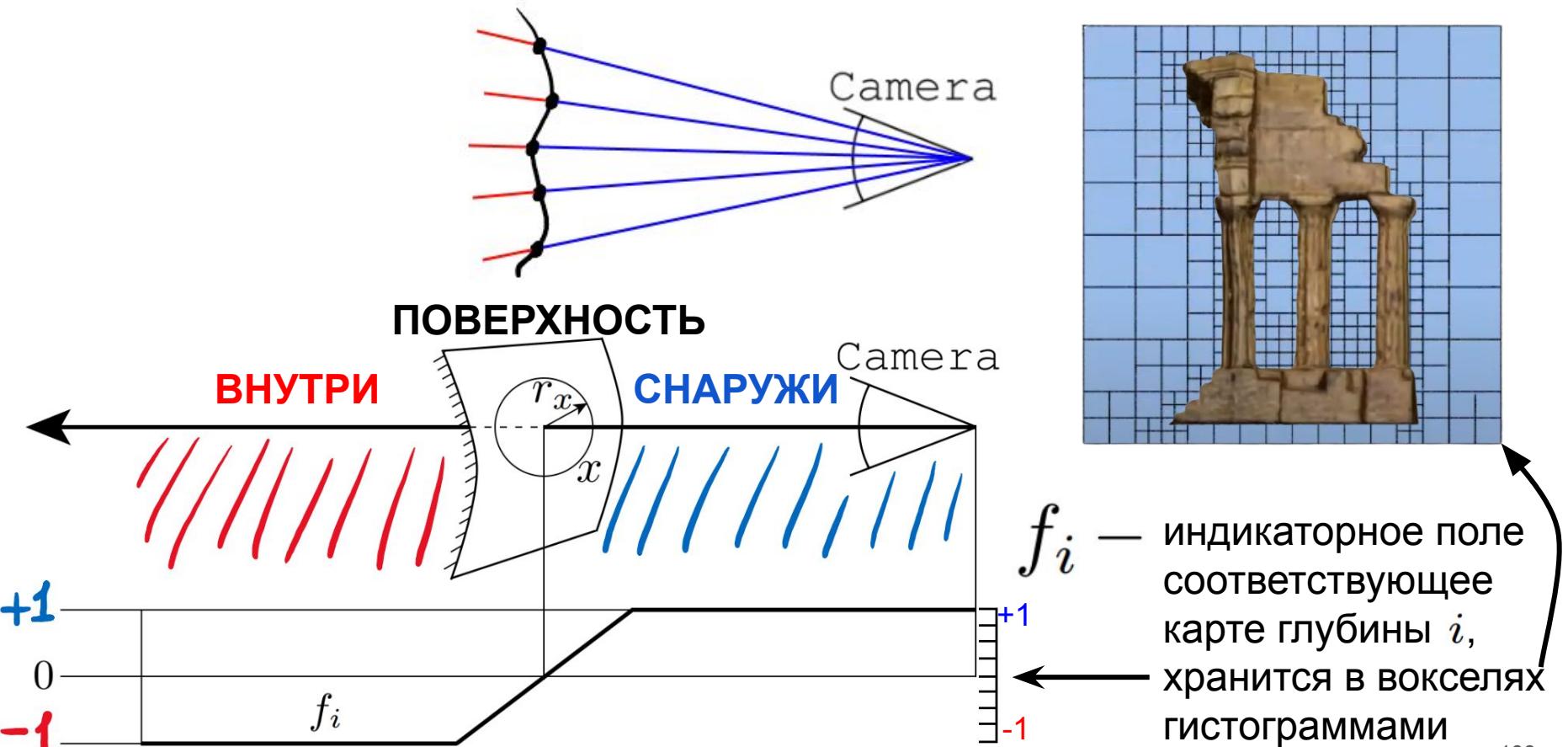


# 3D модель (TV-L1): как компактно хранить $f_i$ карт глубины?

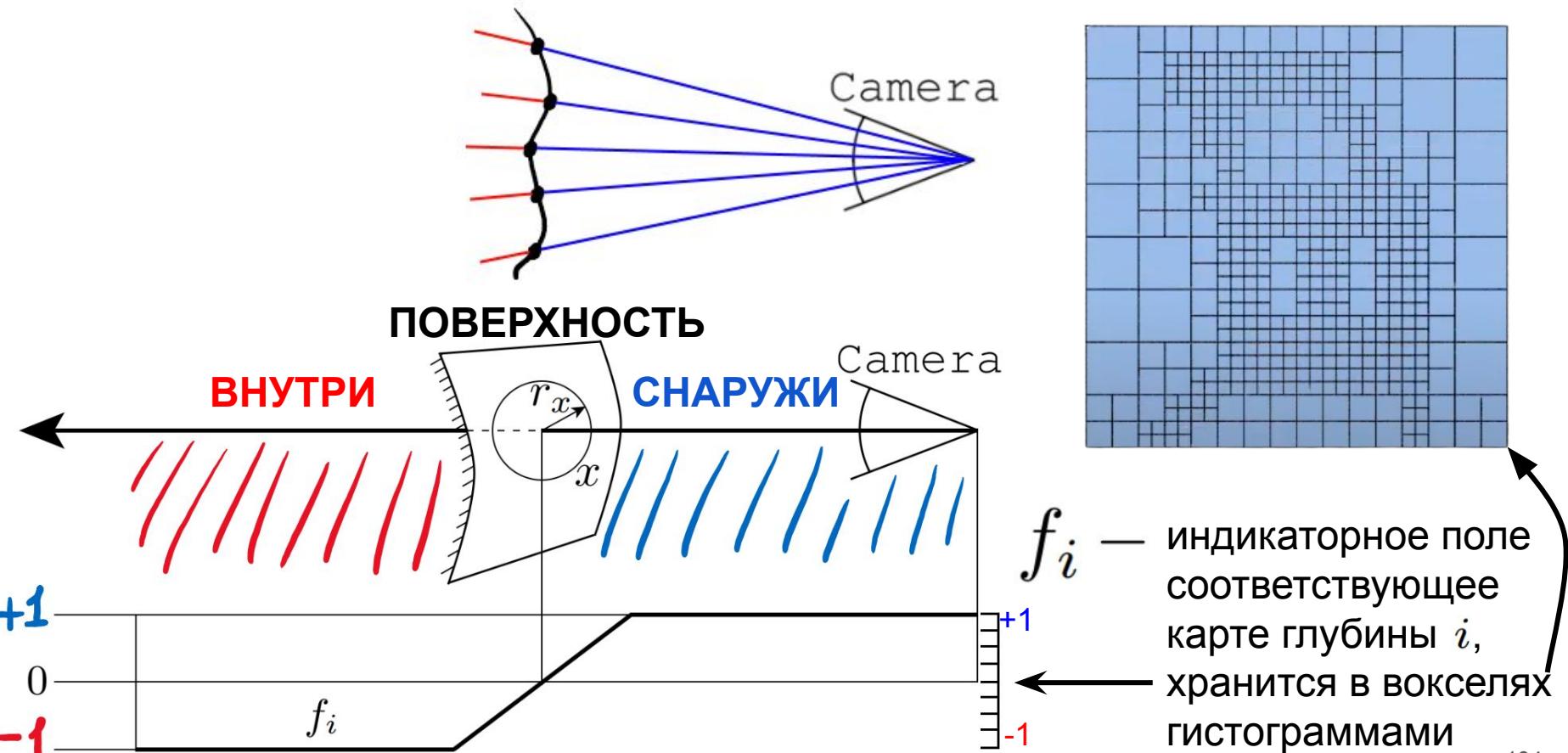


$f_i$  — индикаторное поле  
соответствующее  
карте глубины  $i$ ,  
хранится в вокселях  
гистограммами

# 3D модель (TV-L1): как компактно хранить $f_i$ карт глубины?

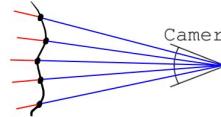
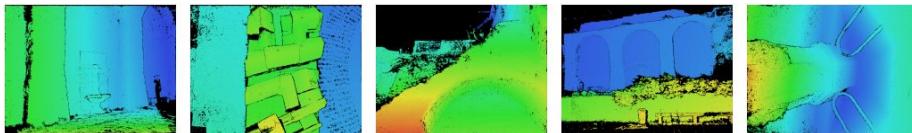


# 3D модель (TV-L1): как компактно хранить $f_i$ карт глубины?

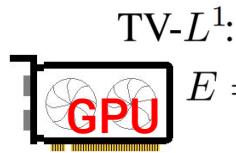


# 3D модель (TV-L1)

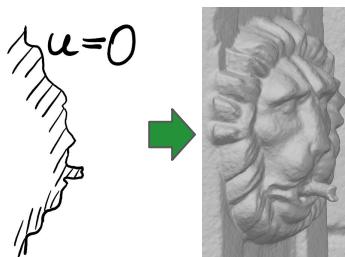
- 1) Есть множество карт глубины



- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Каждая карта глубины вносит свои индикаторные  $f_i$  голоса за voxели
- 5) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций** + **Coarse-to-Fine**)



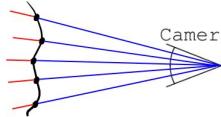
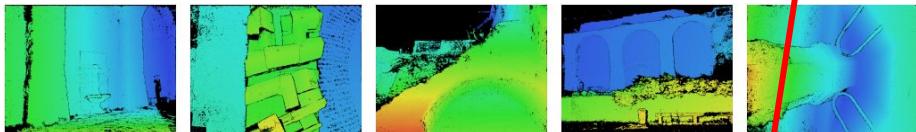
$$TV-L^1: E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$



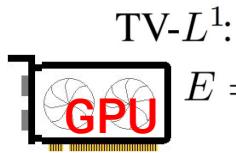
- 6) Извлекли поверхность маршировкой кубов

# 3D модель (TV-L1)

- 1) Есть множество карт глубины



- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное октодерево** (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4) Каждая карта глубины вносит свои индикаторные  $f_i$  голоса за voxели
- 5) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций + Coarse-to-Fine**)

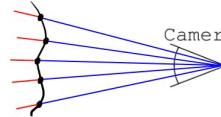
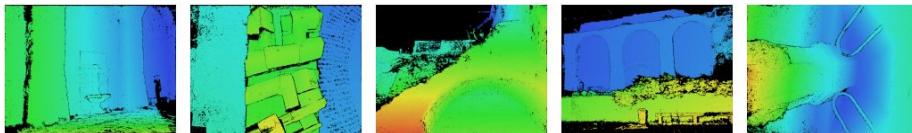


$$E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

- 6) Извлекли поверхность маршировкой кубов

# 3D модель (TV-L1)

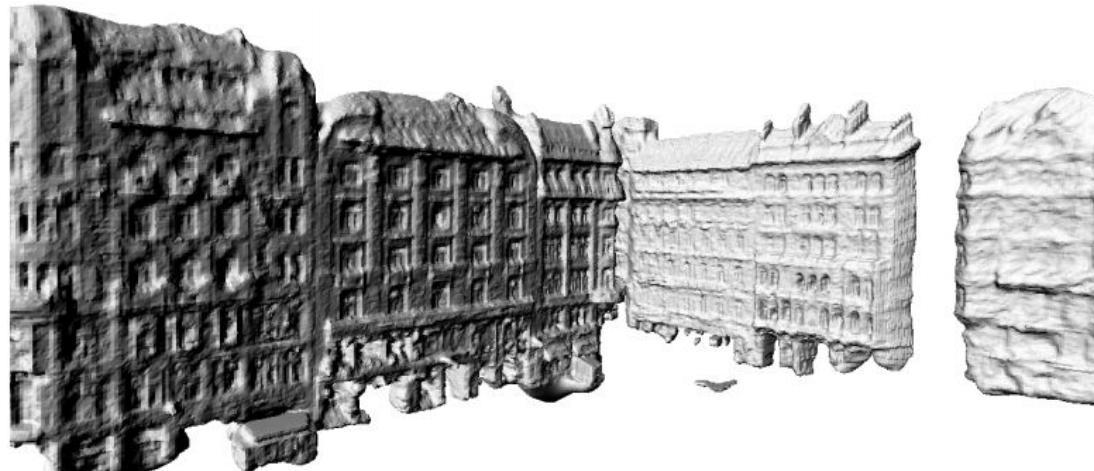
- 1) Есть множество карт глубины



- 2) Множество точек всех карт глубины - порождает **адаптивное** октодерево (дискретизация пространства)
- 3) Балансируем октодерево 2:1 (по каждой стороне макс. два соседа)
- 4)  Каждая карта глубины вносит индикаторные  $f_i$  голоса за voxели
- 5) Оптимизировали индикаторное поле (**много итераций** + **Coarse-to-Fine**)


$$\text{TV-L1: } E = \int_{\Omega} \left\{ |\nabla u| + \lambda \sum_{i \in \mathcal{I}(\vec{x})} w_i(\vec{x}) |u - f_i| \right\} d\vec{x}$$

- 6) Извлекли поверхность маршировкой кубов



# 3D модель - [Ummenhofer 2017]

- 1) Адаптивное октодерево



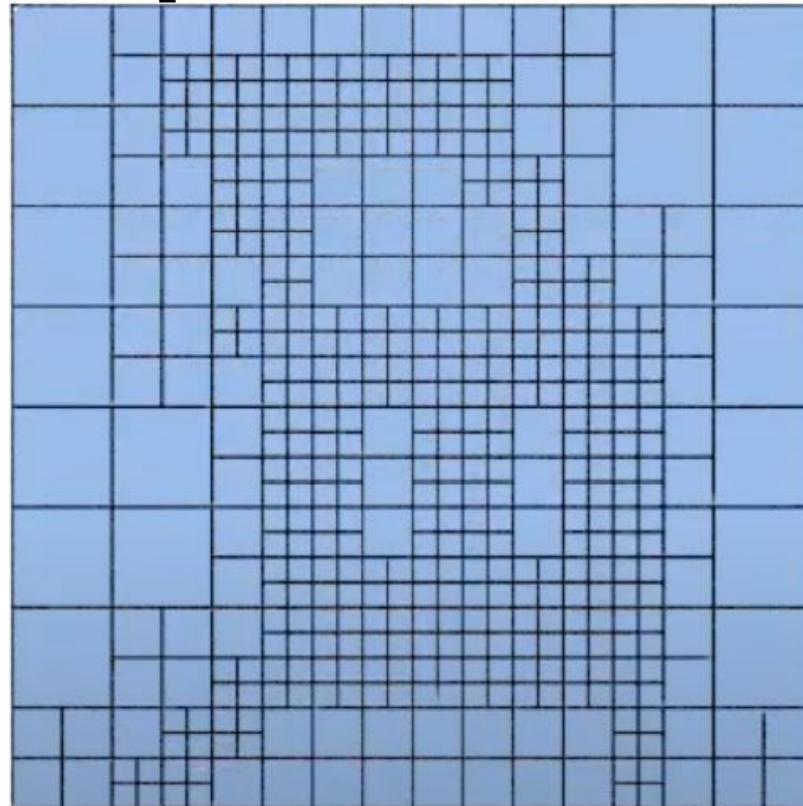
# 3D модель - [Ummenhofer 2017]

- 1) Адаптивное октодерево



# 3D модель - [Ummenhofer 2017]

- 1) Адаптивное октодерево

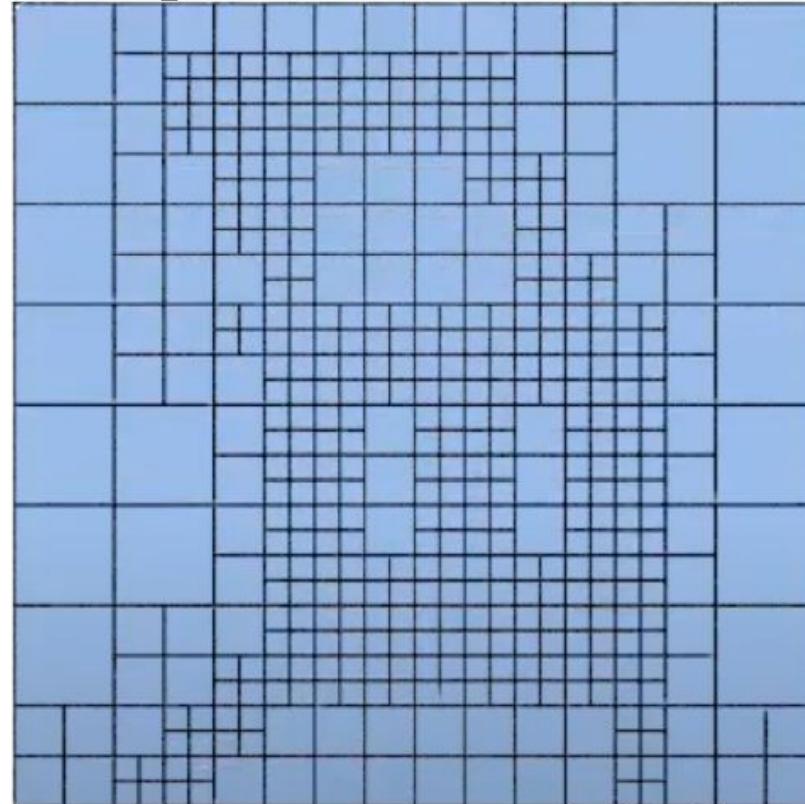


# 3D модель - [Ummenhofer 2017]

- 1) Адаптивное октодерево

**Важно ли кроме экономии памяти?**

**Влияет ли на качество?**



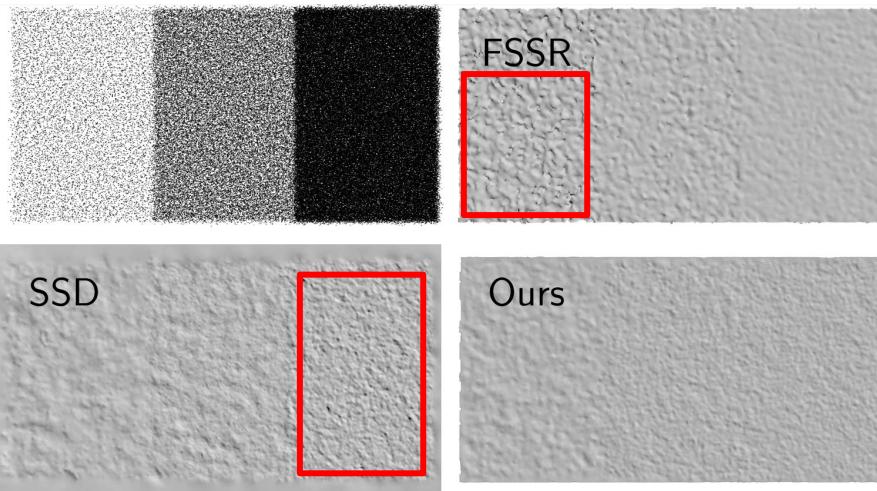
# 3D модель - [Ummenhofer 2017]

## 1) Адаптивное октодерево

**Важно ли кроме экономии памяти?**

**Влияет ли на качество?**

**Позволяет честно обработать плотности:**



**Figure 11.** Reconstruction of a plane with three regions, each with a different uniform point density. The scale value assigned to the points corresponds to the sampling density of the central region. Gaussian white noise was added to the points' position and normal. **Top left:** Input point cloud.

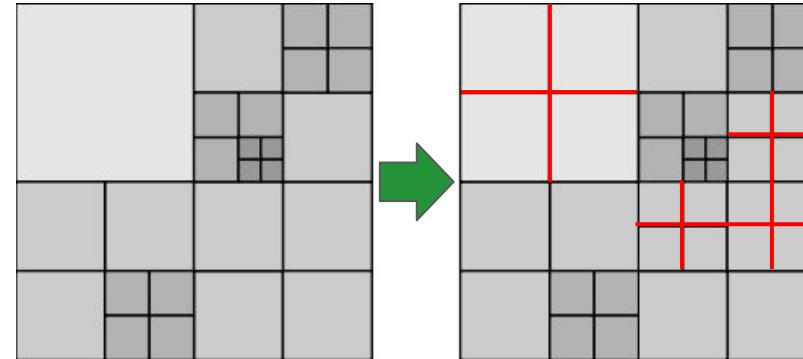
**FSSR:** With increasing density, FSSR effectively cancels out noise. In the low density region it suffers from a too sparse sampling.

**SSD:** SSD adapts the scale to the point density and therefore models the noise in the high density region. In the low density region noise is suppressed by using a coarser scale for reconstruction.

**Ours:** Our reconstruction looks more even in the high density region than that of the other methods. The high density leads to a strong data term but is also effective to cancel out noise. In the low density region the smoothness term dominates and the reconstruction looks smoother than with SSD.

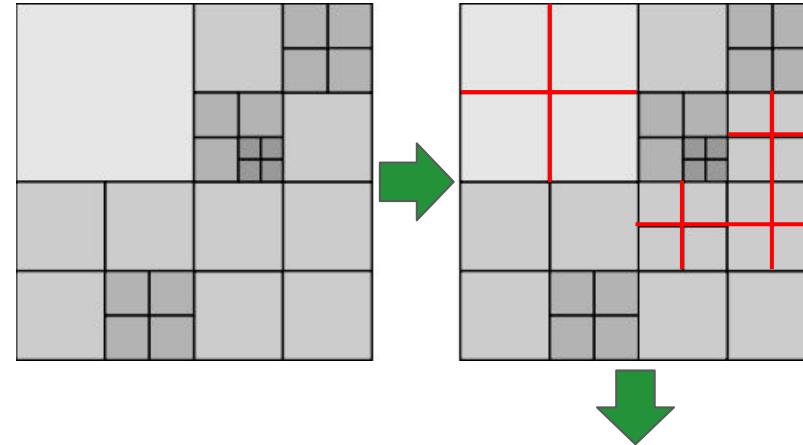
# 3D модель - [Ummenhofer 2017]

- 1) Адаптивное октодерево
- 2) 2:1 балансировка октодерева

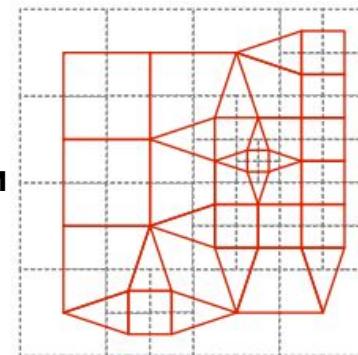


# 3D модель - [Ummenhofer 2017]

- 1) Адаптивное октодерево
- 2) 2:1 балансировка октодерева



Число соседей ограничено  
Поэтому компактные воксели

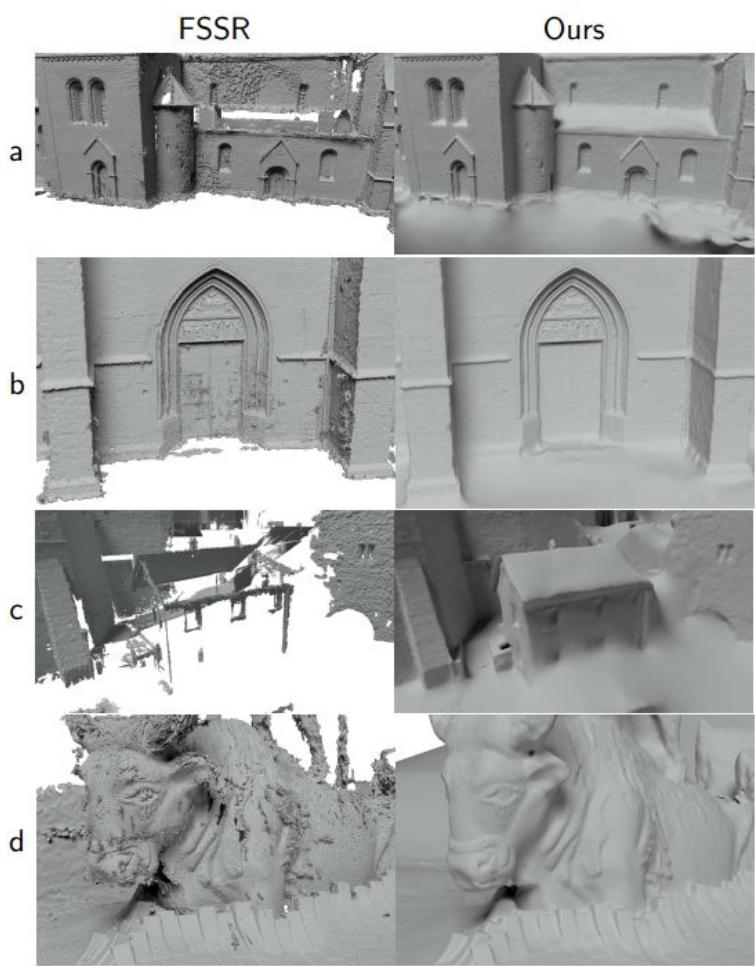


# 3D модель - [Ummenhofer 2017]

	17%	Duration
Octree generation		Density estimation 74.6 min
		Balancing 7.9 min
		Histograms 782.4 min
Surface comp.		Dual grid generation 19.9 min
		Energy minimization 3678.0 min
		Dual contouring 16.3 min
Other	80%	23.5 min
Total		4602.9 min

Table 1. Runtime breakdown for the Breisach data set.

**1 billion points!**

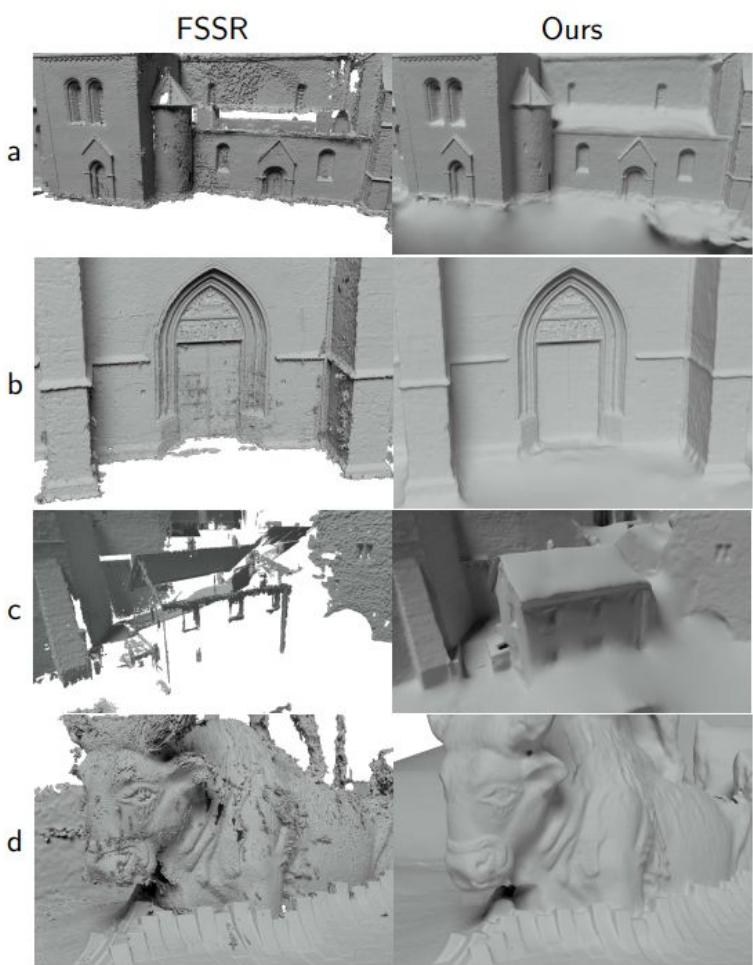


# 3D модель - [Ummenhofer 2017]

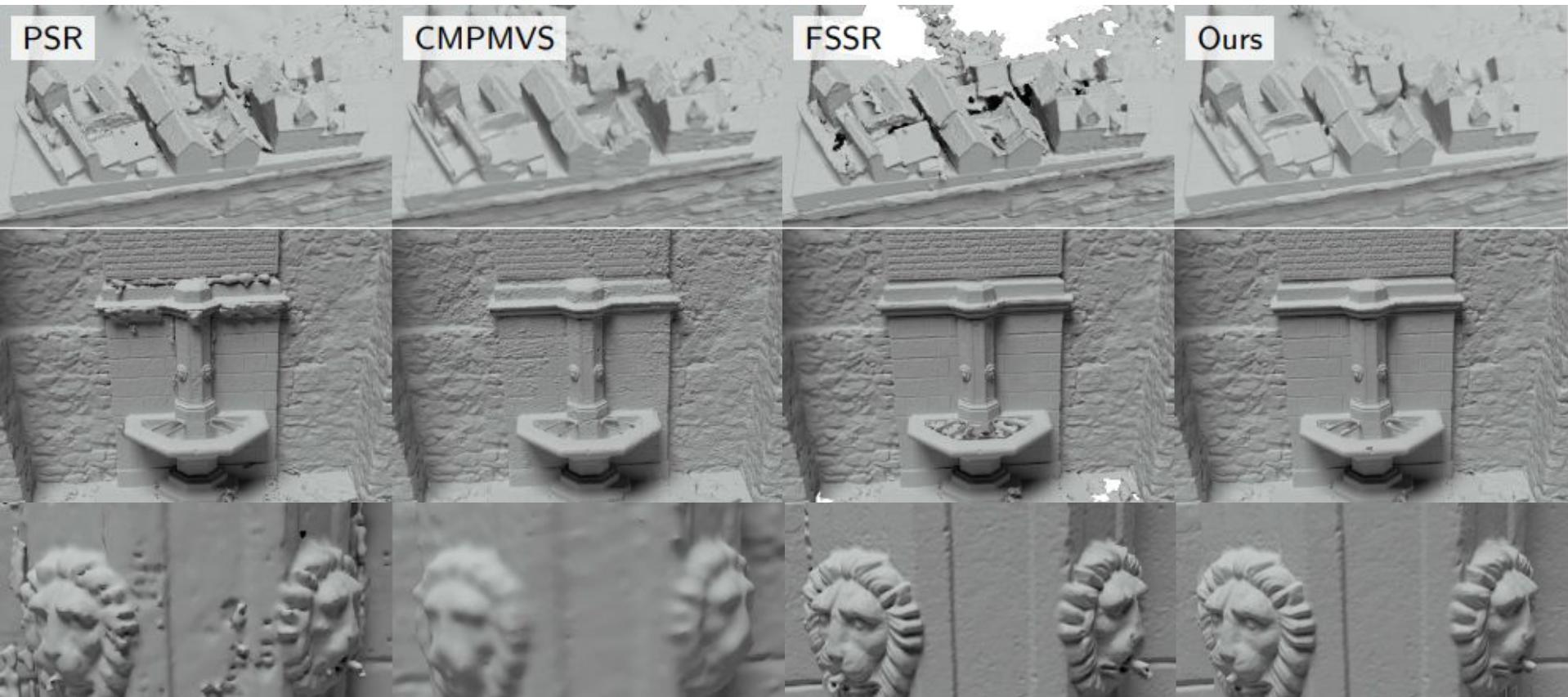
		17%	Duration
Octree generation	Density estimation		74.6 min
	GPU		
	Balancing		7.9 min
	Histograms		782.4 min
Surface cor	Dual grid generation		19.9 min
	GPU		
	Energy minimization		3678.0 min
	Dual contouring		16.3 min
Other		80%	23.5 min
Total			4602.9 min

Table 1. Runtime breakdown for the Breisach data set.

**1 billion points!**



# 3D модель - [Ummenhofer 2017]



# Ссылки

- TGV-Fusion, Pock et al., 2011
- A Globally Optimal Algorithm for Robust TV-L1 Range Image Integration, Zach et al., 2007
- Fast and High Quality Fusion of Depth Maps, Zach, 2008
- Global, Dense Multiscale Reconstruction for a Billion Points, Ummenhofer et al., 2017

Вопросы?



Полярный Николай  
[polarnick239@gmail.com](mailto:polarnick239@gmail.com)